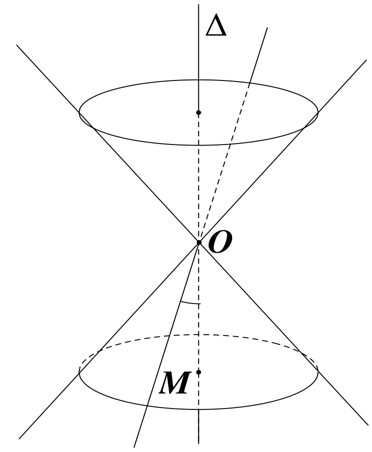
CHƯƠNG 05. (tiếp theo)
BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO
HÌNH HỌC KHÔNG GIAN
CHỦ ĐỀ 3.
MẶT NÓN – KHỐI NÓN

1. Định nghĩa mặt nón



Cho đường thẳng Δ. Xét 1 đường thẳng l cắt Δ tại O và không vuông góc với Δ.

Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l như thế khi quay quanh Δ gọi là mặt nón tròn xoay hay đơn giản là mặt nón

- Δ gọi là trục của mặt nón
- l gọi là đường sinh của mặt nón
- O gọi là đỉnh mặt nón
- Nếu gọi α là góc giữa l và Δ thì 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón $\left(0^0 < 2\alpha < 180^0\right)$

2. Hình nón và khối nón

Cho mặt nón N với trục Δ, đỉnh O và góc ở đỉnh 2α. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với Δ tại I khác O.

Mặt phẳng (P) cắt mặt nón theo đường tròn (C) có tâm I. Gọi (P') là mặt phẳng vuông góc với Δ tại O. Khi đó:

- Phần của mặt nón N giới hạn bởi 2 mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) gọi là hình nón.
- Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là khối nón.

3. Diện tích hình nón và thể tích khối nón

- Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi R l$ với R là bán kính đáy, l là độ dài đường sinh.
- Thể tích khối nón: $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h$ với R là bán kính đáy, h là chiều cao.

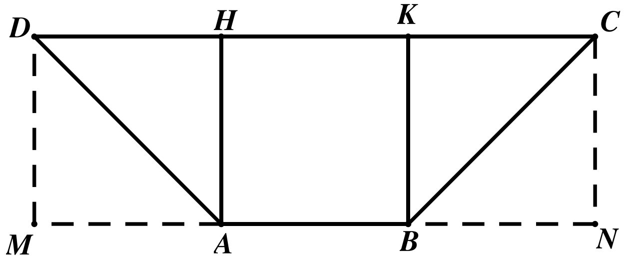
Lý thuyết ngắn gọn là thế, tuy nhiên sẽ có rất nhiều bài tập vận dụng cao đòi hỏi khả năng tư duy cao.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1: Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $\sqrt{2}, BC = DA = \sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng:

A . $V = \dfrac{7}{3}\pi$ **B.** $V = \dfrac{4}{3}\pi$ **C.** $V = \dfrac{5}{3}\pi$ **D.** $V = 3\pi$

Lời giải



Kẻ AH, BK cùng vuông góc với CD.

Gọi M, N lần lượt là điểm đối xứng của H qua AD và của K qua BC thì tam giác MAD và tam giác NBC là 2 tam giác vuông cân bằng nhau có $MA = AB = BN = AH = 1$.

$$V = \pi.AH^2.MN - \left(\frac{1}{3}\pi.AH^2.MA + \frac{1}{3}\pi.AH^2.NB\right) = \pi AH^2\left(MN - \frac{MA}{3} - \frac{NB}{3}\right) = \pi.AH^2.\frac{7}{3}.AB = \frac{7}{3}\pi$$

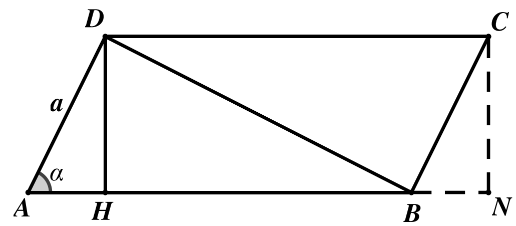
Chọn A.

Bài 2: Cho hình bình hành $ABCD$ có $BAD = \alpha\left(0^0 < \alpha < 90^0\right), AD = a$ và $ADB = 90^0$. Quay $ABCD$ quanh AB, ta được vật tròn xoay có thể tích là:

A . $V = \pi a^3 \sin^2\alpha$ **B.** $V = \pi a^3 \sin^2\alpha.\cos\alpha$

C. $V = \pi a^3 \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$ **D.** $V = \pi a^3 \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$

Lời giải



Kẻ $DH \perp AB, CN \perp AB$.

Các tam giác vuông HAD và NBC bằng nhau.

$DH = CN = a.\sin\alpha$

$AH = BN = a.\cos\alpha$

$\Rightarrow HN = AB = \frac{a}{\cos\alpha}$

Khi quay quanh AB, các tam giác vuông AHD và NBC tạo thành hai hình nón tròn xoay bằng nhau nên:

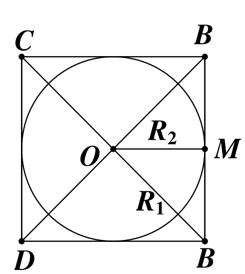
$$V = \frac{1}{3}\pi.DH^2.AH + \left(\pi.DH^2.HN - \frac{1}{3}\pi.CN^2.BN\right) = \pi.DH^2.AB = \pi.a^2.\sin^2\alpha.\frac{a}{\sin\alpha} = \pi a^3\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

Chọn C.

Bài 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O', O là tâm của hai hình vuông ABCD và $A'B'C'D'$ và $O'O = a$. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ tròn xoay đáy là hai đường tròn ngoại tiếp các hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ và V_2 là thể tích hình nón tròn xoay đỉnh O' và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD. Tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A . 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.**6

Lời giải



Gọi M trung điểm của AB thì tam giác OAM vuông cân tại M.

$R_1 = OA = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $R_2 = OM = \frac{1}{2}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2.h}{\frac{1}{3}\pi R_2^2.h} = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right) = 6$

Chọn D.

Bài 4: Cho ΔABC vuông cân tại C, nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB.Xét điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) sao cho SA, SB, SC tạo với (ABC) góc 45^0. Hãy chọn phát biểu đúng:

A. Hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC là hình nón tròn xoay.

B. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân

C. Khoảng cách từ O đến 2 thiết diện qua đỉnh (SAC) và (SBC) bằng nhau

D. Cả 3 bài trên đều đúng

Lời giải

Kẻ $SO'\perp(ABC)$. Ta có : $\Delta SO'A=\Delta SO'B=\Delta SO'C\Rightarrow SA=SB=SC;O'A=O'B=O'C$

Vậy, O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC nên $O'\equiv O$: A đúng.

ΔSAB có $SAB=SBA=45^0$ nên là tam giác vuông cân tại S:B đúng.

Vì ΔABC vuông cân tại C nên kẻ $OM\perp CA$ và $ON\perp CB$ thì: $OM=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}CA=ON.$

Chọn D.

Bài 5: Cho tứ diện $OABC$ có OAB là tam giác vuông cân . $OA=OB=a,OC=\frac{a}{\sqrt{2}}$ và $OC\perp(OAB)$.

Xét hình nón tròn xoay đỉnh C, đáy là đường tròn tâm O, bán kính A. Hãy chọn phát biểu sai:

A. Đường kính hình nón bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

B. Khoảng cách từ O đến thiết diện (ABC) bằng $\frac{a}{2}$

C. Thiết diện (ABC) là tam giác đều

D. Thiết diện (ABC) hợp với đáy góc 45^0

Lời giải

Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB=a\sqrt{2}$

$\Delta OAC: AC^2=OA^2+OC^2=a^2+\frac{a^2}{2}=\frac{3a^2}{2}$; $AC=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Vì $AB\neq AC$: sai

Chọn C.

Bài 6: Hình nón tròn xoay nội tiếp trong tứ diện đều cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng:

A . $S_{xq}=\frac{\pi}{4}a^2$ **B.** $S_{xq}=\frac{\pi}{6}a^2\sqrt{2}$ **C.** $S_{xq}=\frac{\pi}{6}a^2\sqrt{3}$ **D.** $S_{xq}=\frac{2\pi}{3}a^2$

Lời giải

Gọi $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh A.

Gọi H là trung điểm cạnh BC.

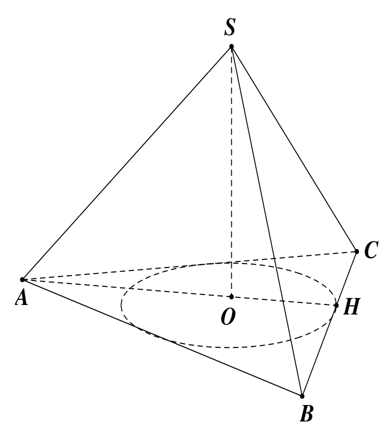
Kẻ $SO\perp(ABC)$ thì $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

là đường sinh của hình nón.

Ba điểm A,O,H thẳng hàng.

$HO=\frac{1}{3}AH=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$

$S_{xq}=\pi.OH.SH=\pi.\frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi a^2}{4}.$

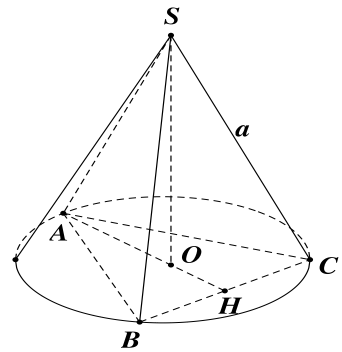


Chọn A.

Bài 7: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng:

A . $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{3}$ **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$

Lời giải.



Kẻ $SO \perp (ABC), SH \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$

Ta có: $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.a$

$S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$

Chọn C.

Bài 8: Cho hình nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R = 5$. Một thiết diện qua đỉnh S tạo thành tam giác SAB sao cho tam giác SAB đều, cạnh bằng 8. Khoảng cách từ O đến thiết diện (SAB) là:

A . $d = \frac{4}{3}\sqrt{13}$ **B.** $d = \frac{3}{4}\sqrt{13}$ **C**. $d = 3$ **D.** $d = \frac{\sqrt{13}}{3}$

Lời giải

$SO \perp (OAB)$, kẻ $SH \perp AB \Rightarrow OH \perp AB$

$AB \perp (SOH) \Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$

Kẻ $OI \perp SH$ thì $OI \perp (SAB)$ nên $d = OI$

$\Delta SOA : OS^2 = 64 - 25 = 39$; $\Delta OHA : OH^2 = 25 - 16 = 9$

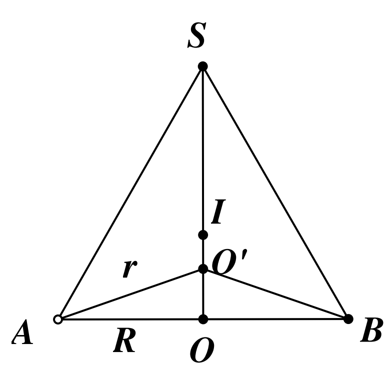
$\Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{39} = \frac{16}{117} \Leftrightarrow OI = \frac{3}{4}\sqrt{3}.$

Chọn B.

Bài 9: Hình nón tròn xoay có trục $SO = R\sqrt{3}$ với R là bán kính đáy, thiết diện qua trục của hình nón tạo thành tam giác SAB là tam giác đều. Gọi I là trung điểm của SO và E, F $\in SO$ sao cho $\frac{EI}{EO} = \frac{FI}{FO} = \frac{1}{2}$. Khi đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón là điểm:

A . I **B.** E **C**. F **D.** O

Lời giải



Gọi O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón thì:

$r = O'S = O'A = O'B$

Ta có: $OO' = OS - r = R\sqrt{3} - \frac{R}{\cos 30^0}$

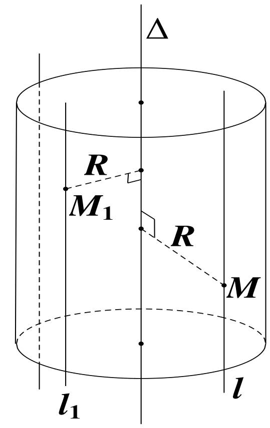
$OO' = R\sqrt{3} - \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{R\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \frac{OO'}{OI} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{3}}{\frac{R\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OO'}{OI} = \frac{2}{3}$

Vậy $O' \equiv E.$

Chọn B.

CHỦ ĐỀ 4.
MẶT TRỤ – KHỐI TRỤ
1. Định nghĩa mặt trụ



- Cho đường thẳng Δ. Xét 1 đường thẳng l song song với Δ, cách Δ một khoảng R. Khi đó:

Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l như thế được gọi là mặt trụ tròn xoay hay đơn giản là mặt trụ.

- Δ gọi là trục của mặt trụ, l gọi là đường sinh và R gọi là bán kính mặt mặt trụ.

2. Hình trụ và khối trụ

Cắt mặt trụ (T) trục Δ, bán kính R bởi 2 mặt phẳng phân biệt (P) và (P') cùng vuông góc với Δ ta được giao tuyến là hai đường tròn $(C),(C')$.

a) Phần mặt trụ (T) nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi $(C),(C')$ được gọi là hình trụ.

- Hai đường tròn $(C),(C')$ được gọi là hai đường tròn đáy, 2 hình tròn xác định bởi chúng được gọi là 2 mặt đáy của hình trụ, bán kính của chúng gọi là bán kính hình trụ. Khoảng cách giữa 2 mặt đáy gọi là chiều cao của hình trụ.
- Nếu gọi O và O' là tâm hai hình tròn đáy thì đoạn OO' gọi là trục của hình trụ
- Phần mặt trụ nằm giữa 2 đáy gọi là mặt xung quanh của hình trụ.

b) Hình trụ cùng với phần bên trong của nó gọi là khối trụ.

3. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích của khối trụ

Với R là bán kính đáy, h là chiều cao.

- Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi Rh$
- Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.
- Thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$ (chiều cao nhân diện tích đáy).

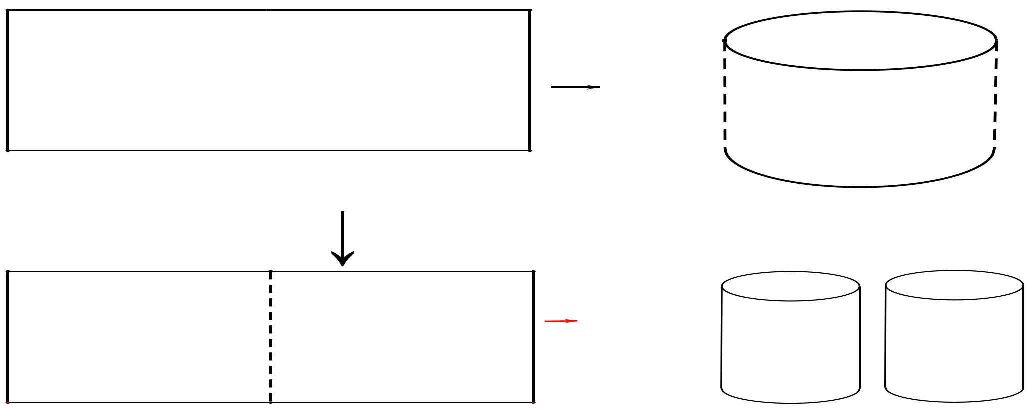
Trước hết tôi xin nhắc lại, hai bài trong đề Minh họa tháng 10 vừa rồi của Bộ Giáo dục và Đào tạo , hai bài này chỉ ở mức vận dụng thấp.

BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm,$ người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$ theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của gò thùng được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích hai gò thùng được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A . $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$ **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 2$ **D.** $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Lời giải

Một đường tròn có bán kính r thì chu vi và diện tích lần lượt là $C = 2\pi r; S = \pi r^2$

Gọi chiều dài tấm tôn là a thì tổng diện tích đáy của 2 thùng theo 2 cách lần lượt là:

$$S_1 = \frac{a^2}{4\pi} \quad ; \quad S_2 = 2.\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{4\pi} = \frac{a^2}{8\pi} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2$$

Chọn C.

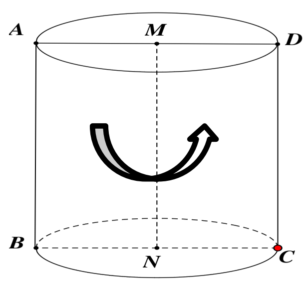
Bài 2: Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1, AD = 2.$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trụ MN, ta được một hình trụ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$

B. $S_{tp} = 2\pi$

C. $S_{tp} = 6\pi$

D. $S_{tp} = 10\pi$



Trích đề minh họa THPT Quốc gia 2017

Lời giải

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day}$. Ta có bán kính đường tròn $r = MD = 1,$ chiều cao $l = CD = 1$

Suy ra $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi, S_d = \pi r^2 \Rightarrow S_{tp} = 4\pi.$

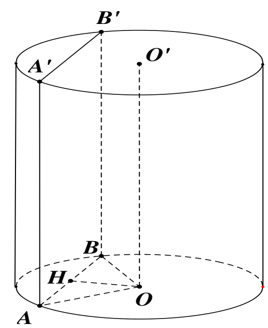
Chọn A.

Sau đây chúng ta cùng tìm hiểu các bài toán khó hơn và hoàn toàn có thể có trong đề thi THPT Quốc gia 2017.

Bài 3: Cho $AA'B'B$ là thiết diện song song với trục OO' của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4, AA' = 3$ và thể tích của hình trụ bằng $V = 24\pi.$ Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng $(AA'B'B)$ là:

A . $d = 1$ **B.** $d = 2$ **C**. $d = 3$ **D**. $d = 4$

Lời giải



Kẻ $OH \perp AB$ thì $OH \perp (AA'B'B)$

Và $AH = \frac{1}{2}AB = 2$

Ta có $V = \pi.OA^2.AA' = 3\pi OA^2$

Mà $V = 24\pi \Rightarrow OA^2 = 8$

$\Delta OAH : d^2 = OH^2 = OA^2 - AH^2 = 8 - 4 = 4$

$\Rightarrow d(O,(AA'B'B)) = d = 2$

Chọn B.

Bài 4: Giả sử viên phấn viết bảng có dạng hình trụ tròn xoay đường kính đáy bằng 1cm, chiều dài 6cm. Người ta làm những hộp carton đựng phấn dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6 \times 5 \times 6 cm.$ Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp, ta được kết quả nào trong 4 khả năng sau:

A . Vừa đủ **B.** Thiếu 10 viên **C**. Thừa 10 viên **D**. Không xếp được

Lời giải

Vì chiều cao viên phấn là 6cm, nên chọn đáy hộp carton có kích thước $5 \times 6.$ Mỗi viên phấn có đường kính 1cm nên mỗi hộp ta có thể đựng được 5.6=30 viên.

Số phấn đựng trong 12 hộp là: $30 \times 12 = 360$ viên

Do ta chỉ có 350 viên phấn nên thiếu 10 viên, nghĩa là đựng đầy 11 hộp, hộp 12 thiếu 10 viên.

Chọn B.

Bài 5: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng A. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2A.$ Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB.$

A . $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{a^3}{12}$ **C**. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$ **D**. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Kẻ đường sinh AA'. Gọi D là điểm đối xúng của A' qua O' và H là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng A'D.

$\begin{cases} BH \perp A'D \\ BH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BH \perp (AOOA')$

Do đó, BH là chiều cao của tứ diện $OO'AB$

Thể tích khối tứ diện $OO'AB : V = \frac{1}{3}.S_{\Delta AOO'}.BH$

Tam giác $AA'B$ vuông tại A' cho: $A'B = \sqrt{AB^2 - A'A^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

Tam giác $A'B=\sqrt{A'D^2-A'B^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a.$
Suy ra $BO'D$ là tam giác đều cạnh A.

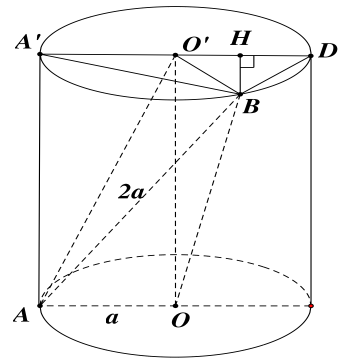
Từ đó $BH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Do $OA=OO'=a$ nên tam giác AOO' vuông cân tại O.

Diện tích tam giác AOO' là:

$S_{\Delta AOO'}=\dfrac{1}{2}OA.OO'=\dfrac{1}{2}a^2$

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$



Chọn A.

Bài 6: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác có $AB=5, AC=8$ và góc $(AB,AC)=60^0$. Gọi V,V' lần lượt là thể tích của khối lăng trụ ngoại tiếp và nội tiếp khối lăng trụ đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$?

A . $\dfrac{9}{49}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** $\dfrac{19}{49}$ **D.** $\dfrac{29}{49}$

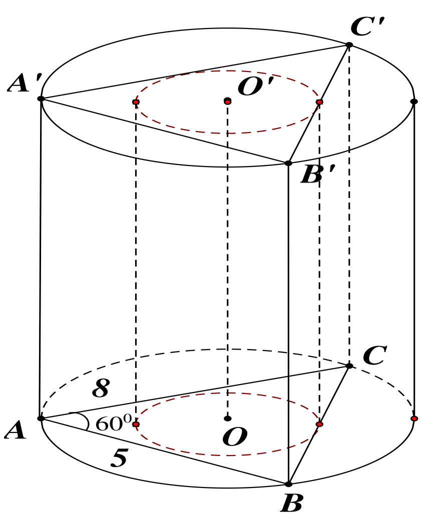
Lời giải

Áp dụng đinh lý cosin trong tam giác ABC ta c

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos 60^0=25+64-2.5.8.\dfrac{1}{2}=49.$

Diện tích tam giác ABC là: $S=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 60^0=\dfrac{1}{2}.5.8.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}.$

Mặt khác:



$S_{ABC}=\dfrac{AB.AC.BC}{4R}$, với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$\Rightarrow R==\dfrac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}}=\dfrac{5.8.7}{4.10\sqrt{3}}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}.$

Ngoài ra: $S_{ABC} = pr$, trong đó $p = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = 10$ và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC $\Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$

Hình trụ ngoại tiếp và nội tiếp lăng trụ đã cho có bán kính đáy lần lượt là R, r và có chiều cao bằng chiều cao của hình lăng trụ.

Giả sử h là chiều cao hình lăng trụ, ta có: $V = \pi R^2 h$ và $V = \pi r^2 h$

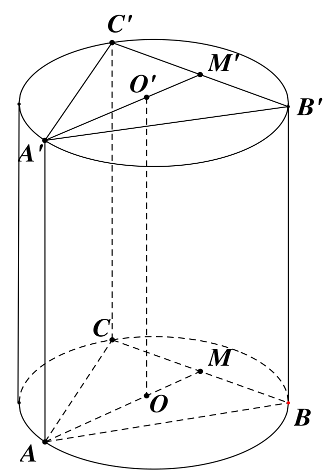
Vậy $\frac{V'}{V} = \frac{9}{49}$.

Chọn A.

Bài 7: Một khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h nội tiếp một khối trụ. Tính thể tích khối trụ đó.

A . $\frac{\pi a^2 h}{3}$ **B.** $\frac{\pi 2a^2 h}{3}$ **C.** $\frac{\pi 5a^2 h}{3}$ **D.** $\frac{\pi \sqrt{2} a^2 h}{3}$

Lời giải



Hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do ABC là tam giác đều cạnh a nên hình trụ có bán kính là:

$R = OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

với $M = AO \cap BC$

Chiều cao của hình trụ bằng chiều cao của lăng trụ là h.

Vậy thể tích khối trụ là:

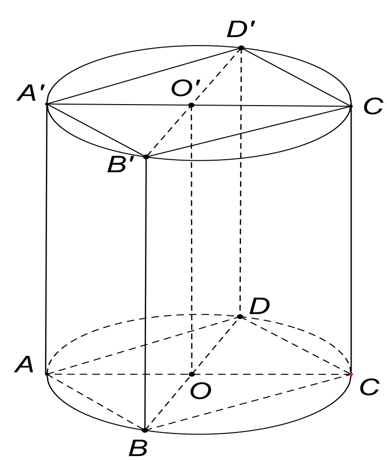
$V = \pi R^2 h = \pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 h = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Chọn A.

Bài 8: Một hình trụ có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong khối trụ đã cho.

A . $4R^3$ **B.** $2R^3$ **C.** $3R^3$ **D.** R^3

Lời giải



Giả sử $ABCDA'B'C'D'$ là khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

Từ giả thiết, suy ra hình trụ có chiều cao $h = 2R$ và đáy $ABCD$ là hình vuông nội tiếp đường tròn bán kính R.

Do đó $AC = 2R \Rightarrow AB = \frac{2R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2}$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là:

$S_{ABCD} = \left(R\sqrt{2}\right)^2 = 2R^2$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

$V = S_{ABCD}.h = 2R^2.2R = 4R^3$.

Chọn A.

Bài 9: Một khối lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a, góc giữa đường chéo mỗi mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ đó.

A . $V = \frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}$ **B.** $V = \pi a^3\sqrt{3}$ **C.** $V = \frac{1}{2}\pi a^3\sqrt{3}$ **D.** $V = \frac{2}{3}\pi a^3\sqrt{3}$

Lời giải

Xét hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = a$, góc của đường chéo A'B với mặt đáy (ABC) là $A'BA = 60^0$.

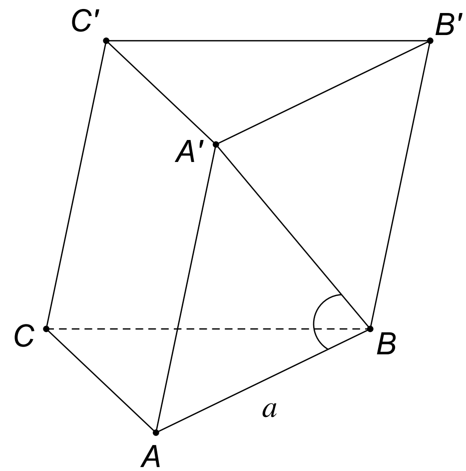
Suy ra: $h = AA' = a.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

Khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ có cùng đường cao là A'A, đáy là đường tròn ngoại tiếp hai mặt đáy $(ABC),(A'B'C')$,

có bán kính R cho bởi $R\sqrt{3} = a \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Thể tích khối trụ:

$V = \pi R^2 h = \pi\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 a\sqrt{3} = \frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}$ (đvdt).



Chọn A.

Bài 10: Cho một hình trụ có bán kính đáy R=5, chiều cao h=6. Một đoạn thẳng AB có độ dài bằng 10 và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ?

A . 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Gọi hai đường tròn đáy là $(O),(O')$ và $A \in (O), B \in (O')$. Kẻ hai đường sinh AD, BC ta được tứ giác $ABCD$ là một hình chữ nhật và $mp(ABCD)//OO'$.

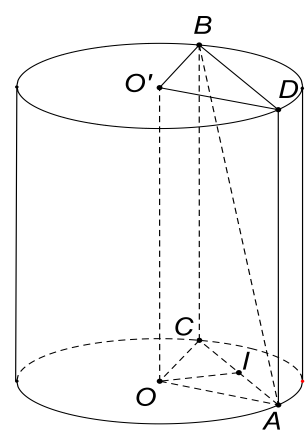
Do đó, khoảng cách giữa OO' và AB bằng khoảng cách từ O đến $mp(ABCD)$.

Tam giác ACB vuông tại C nên ta có:

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Gọi I là trung điểm AC, ta có:

$\begin{cases} OI \perp AC \\ OI \perp AD \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABCD)$



Vậy khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục OO' của hình trụ là: $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Chọn B.

Bài 11: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và mặt chéo là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

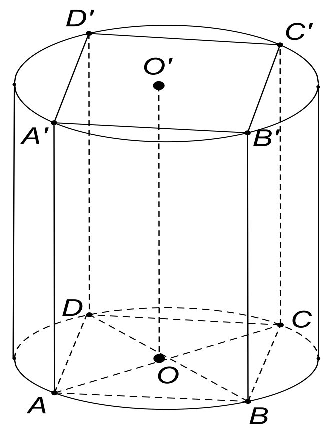
A . $S_{xq} = 2\pi a^2$ **B.** $S_{xq} = \pi a^2$ **C.** $S_{xq} = 3\pi a^2$ **D.** $S_{xq} = 5\pi a^2$

Lời giải

Hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có bán kính đáy là $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $h = a\sqrt{2}$. (Do mặt chéo $(ACC'A')$ là hình vuông nên $AA' = AC = a\sqrt{2}$)

Diện tích xung quanh của hình trụ này là:

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = 2\pi a^2.$



Chọn A.

Bài 12: Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao R lấy hai điểm A, B nằm trên hai đường tròn đáy sao cho $AB = 2R.$ Tính khoảng cách từ AB đến hình trụ theo R.

A . $\frac{R}{2}$ **B.** $\frac{R}{3}$ **C.** $\frac{R}{5}$ **D.** $\frac{R}{4}$

Lời giải

Giả sử $A \in$ đường tròn O, $B \in O'$.

Từ A vẽ đường song song OO' cắt đường tròn (O') tại A'.

Vẽ O'H vuông góc A'B.

Từ H vẽ đường thẳng song song với OO', cắt AB tại K. Vẽ $KI // O'H$.

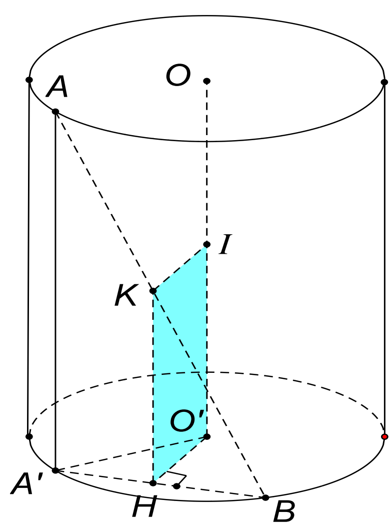
Ta có: $O'H \perp A'B$ và AA' nên:

$O'H \perp mp(AA'B) \Rightarrow O'H \perp HK$ và AB

Vậy tứ giác $KIO'H$ là hình chữ nhật $\Rightarrow KI \perp OO'$.

Vậy KI là đoạn vuông góc chung của AB và OO'. $\Delta AA'B$ vuông

$\Rightarrow A'B^2 = AB^2 - AA'^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2.$



Do H trung điểm A'B nên: $HA' = \frac{R\sqrt{3}}{2}.\Delta O'A'H \Rightarrow O'H^2 = O'A^2 - A'H^2 = R^2 - \frac{3R^2}{4} = \frac{R^2}{4}$

Do đó: $d(AB, OO') = KI = O'H = \frac{R}{2}.$

Chọn A.

Bài 13: Một hình trụ có thể tích V không đổi. Tính mối quan hệ giữa bán kính đáy và chiều cao hình trụ sao cho diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất.

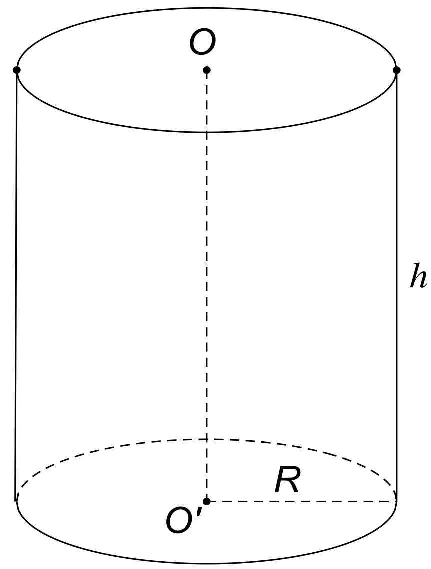
A . $R=\frac{h}{2}$ **B.** $R=\frac{h}{3}$ **C.** $R=\frac{h}{5}$ **D.** $R=\frac{h}{4}$

Lời giải

Gọi R và h là bán kính đáy và chiều cao hình trụ.

Ta có: $V=\pi R^2 h$ (không đổi)

$S_{tp}=S_{xq}=2S_{\text{day}}=2\pi Rh+2\pi R^2=\left(Rh+R^2\right)2\pi$



Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương,

Ta có: $\frac{Rh}{2}+\frac{Rh}{2}+R^2\geq 3\sqrt[3]{\frac{Rh}{2}.\frac{Rh}{2}.R^2}$

$\Leftrightarrow Rh+R^2\geq 3\sqrt[3]{\frac{R^4h^2}{4}}=3\sqrt[3]{\frac{V^2}{\pi^2 4}}$

$\Leftrightarrow S_{tp}\geq 3\left(2\pi\right)\sqrt[3]{\frac{V^2}{\pi^2 4}}$ (hằng số)

Do đó: S toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow \frac{Rh}{2}=R^2 \Leftrightarrow R=\frac{h}{2}.$

Chọn A.

Bài 14: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông. Bên trong hình trụ có một hình lăng trụ tứ giác đều nội tiếp. Nếu thể tích hình lăng trụ là V thì thể tích hình trụ bằng bao nhiêu?

A . $V_{Tru}=\frac{\pi V}{2}$ **B.** $V_{Tru}=\frac{\pi V}{3}$ **C.** $V_{Tru}=\frac{\pi V}{4}$ **D.** $V_{Tru}=\frac{\pi V}{5}$

Lời giải

Gọi cạnh đáy lăng trụ là a.

Thiết diện qua hình trụ là hình vuông.

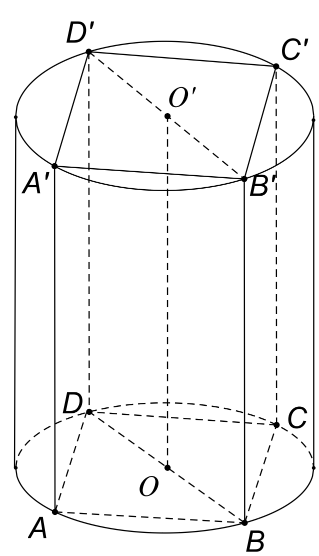
$BDD'B': BD=2R=a\sqrt{2}\Rightarrow BB'=a\sqrt{2}$

Thể tích lăng trụ bằng V

$\Leftrightarrow a^2.a\sqrt{2}=V \Leftrightarrow a^3=\frac{V}{\sqrt{2}}$

Thể tích hình trụ tính theo a:

$V_{tru}=\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a\sqrt{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$



Thay $a^3=\frac{V}{\sqrt{2}}:V_{tru}=\frac{\pi\sqrt{2}}{2}.\frac{V}{\sqrt{2}}=\frac{\pi V}{2}$.

Chọn A.

CHỦ ĐỀ 5.
ỨNG DỤNG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN
GIẢI CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

Bài 1: Một chiếc hộp hình lập phương cạnh a bị khoét một khoảng trống có dạng là một khối lăng trụ với hai đáy là hai đường tròn nội tiếp của hai mặt đối diện của hình hộp. Sau đó, người ta dùng bìa cứng dán kín hai mặt vừa bị cắt của chiếc hộp lại như cũ, chỉ chừa lại khoảng trống bên trong. Tính thể tích của khoảng trống tạo bởi khối trụ này.

A . πa^3 **B.** $\frac{1}{2}\pi a^3$ **C.** $\frac{1}{4}\pi a^3$ **D.** $\frac{1}{8}\pi a^3$

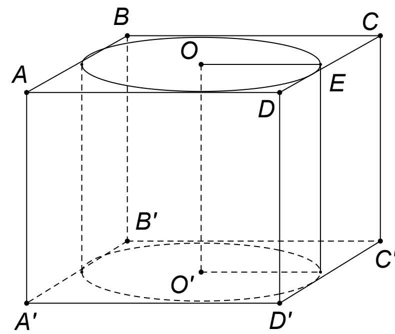
Lời giải

Ta có $OE = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$;

$OO' = a$

Thể tích là:

$$V = \pi.OE^2.OO' = \left(\frac{a}{2}\right)^2.\pi.a = \frac{\pi a^3}{4}.$$



Chọn C.

Bài 2: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 10, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14. Tính thể tích của (H).

A . $V_{(H)} = 192\pi$ **B.** $V_{(H)} = 275\pi$ **C.** $V_{(H)} = 704\pi$ **D.** $V_{(H)} = 176\pi$

Đề Thi Thử Lần 4 Chuyên KHTN HN 2017

Lời giải

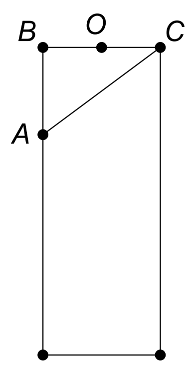
Thật ra phần phía trên tính từ A là một nữa của hình trụ có chiều cao AB và bán kính O’B.

Ta xét trên mặt thiết diện qua trục của khối trụ và trục dài của eip có:

$2R = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{10^2 - (14-8)^2} = 8 \Rightarrow R = 4$

$V = \pi R^2.14 - \frac{\pi R^2.(14-8)}{2} = 176\pi$



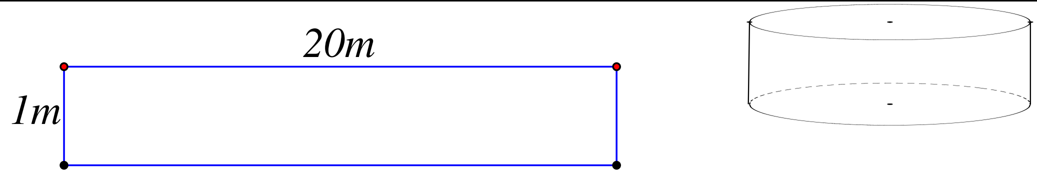
Chọn D.

Bài 3: Một thầy giáo dự định xây dựng bể bơi di động cho học sinh nghèo miền núi từ 15 tấm tôn có kích thước $1m \times 20cm$ (biết giá $1m^2$ tôn là 90000 đồng) bằng 2 cách:

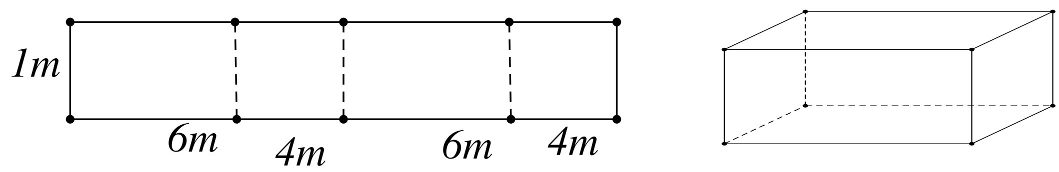
Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành 1 hình trụ như hình 1.

Cách 2: Chia chiều dài tấm tôn thành 4 phần rồi gò tấm tôn thành 1 hình hộp chữ nhật như hình 2. Biết sau khi xây xong bể theo dự định, mức nước chỉ đổ đến $0,8m$ và giá nước cho đơn vị sự nghiệp là $9955 dong/m^3$. Chi phí trong tay thầy hiệu trưởng là 2 triệu đồng. Hỏi thầy giáo sẽ chọn cách làm nào để không vượt quá kinh phí (giả sử chỉ tính đến các chi phí theo dữ kiện trong bài toán).

Hình 1



Hình 2



A . Cả 2 cách như nhau
B. Không chọn cách nào
C. Cách 2
D. Cách 1

Lời giải

Ở cách 2:

$1m^2 \to 90.000$

$20m^2 \to 1.800.000$

Ta có $V_{nuoc} = 0,8.6.4 = 19,2m^3$

Do đó tổng tiền ở phương án 2 là $19,2.9955 + 20.90000 = 1.991.136$.

Ở cách 2:

$20m^2 \to 1.800.000$

Ta có $20 = 2\pi r \Rightarrow r = \dfrac{10}{\pi} \Rightarrow V_{nuoc} = h\pi r^2 = 0,8.\pi.\left(\dfrac{10}{\pi}\right)^2 \approx 25,46m^3$

Do đó tiền nước: 253.454 đồng

Tổng tiền: 2.053.454 đồng.

Vậy thầy nên chọn cách 2.

Chọn C.

Bài 4: Cho một khối cầu bán kính R. Đâm thủng khối cầu bởi một khối trụ có trục đi qua tâm mặt cầu và chiều dài hình trụ thu được là 6 (xem hình vẽ). Tính thể tích vật thể còn lại sau khi đục thủng.

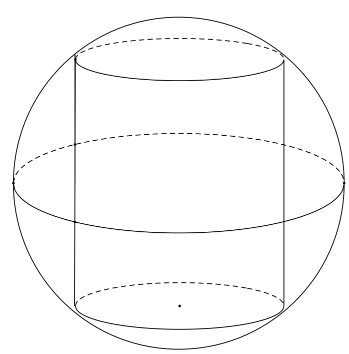
A . 36π
B. 54π
C. 27π
D. 288π

Lời giải

Gọi bán kính khối trụ là r.

Khi đó $r = \sqrt{R^2 - 9}$ và hai chỏm cầu có chiều cao là $h = R - 3$.

Thể tích vật thể còn lại là

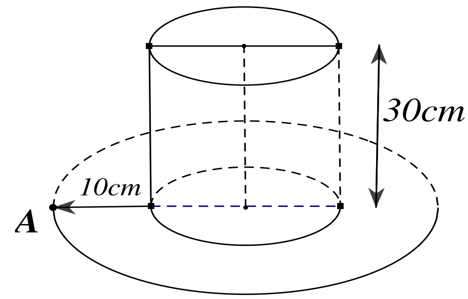


$$V=\frac{4}{3}\pi r^3-6\pi\left(R^2-9\right)-\frac{\pi\left(R-3\right)\left[3\left(R^2-9\right)+\left(R-3\right)^2\right]}{3}=36\pi$$

Nhận xét: Kết quả không phụ thuộc vào bán kính R mà chỉ phụ thuộc vào chiều dài của hình trụ.

Chọn A.

Bài 5: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép , phần thừa).



A . $700\pi\left(cm^2\right)$ **B.** $754,25\pi\left(cm^2\right)$

C. $750,25\pi\left(cm^2\right)$ **D**. $756,25\pi\left(cm^2\right)$

Lời giải

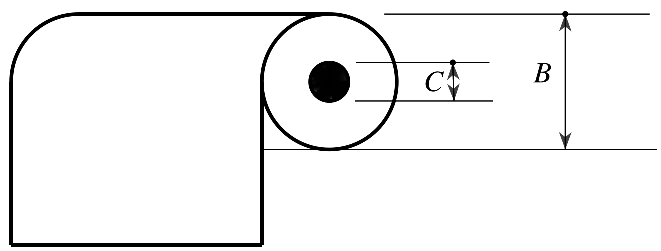
$S_{hinh\,tron}=\pi R^2=\pi\left(\frac{35}{2}\right)^2$; $S_{xq\,lang\,tru}=2\pi rl=2\pi\left(\frac{35-20}{2}\right).30=450\pi$

$S=\pi\left[\left(\frac{35}{2}\right)^2+450\right]=756,25\pi.$

Chọn D.

Bài 6:

Một bang giấy dài được cuộn chặt lại thành nhiều vòng xung quanh một ống lõi hình trụ rỗng có đường kính $C=12,5mm.$ Biết độ dày của giấy cuộn là $0,6mm$ và đường kính cả cuộn giấy là $B=44,9mm.$ Tính chiều dài l của cuộn giấy.



A . $L\approx 44m$ **B.** $L\approx 38m$ **C**. $L\approx 4m$ **D**. $L\approx 24m$

Lời giải

Gọi chiều rộng của băng giấy là r, chiều dài băng giấy là L độ dày của giấy là m khi đó ta có thể tích của băng giấy: $V=r.m.L$ (1)

Khi cuộn lại ta cũng có thể tích: $V=\pi\left(\frac{B}{2}\right)^2.m-\pi\left(\frac{C}{24}\right)^2.m=\frac{\pi}{4}r\left(B^2-C^2\right)$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra: $m.r.L=\frac{\pi}{4}r\left(B^2-C^2\right)\Rightarrow L=\frac{\pi}{4m}\left(B^2-C^2\right)$

Bài 7: Xét một hình trụ nội tiếp tronh hình nón như hình bên dưới , trong đó S là đỉnh hình nón, O là tâm đường tròn mặt đáy. Các đoạn AB, CD lần lượt là đường kính của đường tròn đáy của hình nón và hình trụ ; AC, BD cắt nhau tại điểm $M\in SO.$ Biết rằng tỉ số thể tích của hình trụ và hình nón là $\frac{4}{9}$. Tính tỷ số $\frac{SM}{SO}$.

A . $\frac{7}{9}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Ta có: $\frac{4}{9}=\frac{V_{ht}}{V_{hn}}=3\left(\frac{SD}{SA}\right)^2.\frac{h_{ht}}{h_{hn}}=3\left(\frac{SD}{SA}\right)^2.\left(1-\frac{SD}{SA}\right)\Rightarrow\frac{SD}{SA}=\frac{2}{3}$

Theo định lý *Menelauyt* đối với tam giác SOB ta có:

$\frac{AO}{AB}.\frac{CB}{CS}.\frac{MS}{MO}=1$ do đó $\frac{MS}{MO}=4$ hay $\frac{SM}{MO}=\frac{4}{5}$.

Chọn C.

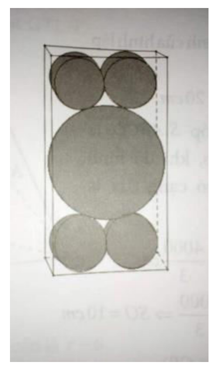
Bài 8: Một hình hộp chữ nhật kích thước $4\times4\times h$ chứa một khối cầu lớn có bán kính bằng 2 và tám khối cầu nhỏ có bán kính bằng 1 sao cho các khối lón tiếp xúc với tám khối cầu nhỏ và các khối cầu đều tiếp xúc với các mặt hình hộp. Thể tích khối hộp là:

A . $32+32\sqrt{7}$ **B.** $48+32\sqrt{5}$ **C.** $64+32\sqrt{7}$ **D.** $64\sqrt{5}$

Lời giải

Gọi tâm hình cầu lớn là I và tâm bốn hình cầu nhỏ tiếp xúc với đáy là ABCD. Khi đó ta có $I.ABCD$ là hình chóp đều với cạnh bên $IA=3$ và cạnh đáy $AB=2$ do đó chiều cao hình chóp là $\sqrt{7}$. Suy ra khoảng cách từ tâm I đến mặt đáy là $1+\sqrt{7}$ hay chiều cao hình hộp chữ nhật là :

$2\left(1+\sqrt{7}\right)$ suy ra thể tích hình hộp là $32\left(1+\sqrt{7}\right)$.



Chọn A.

Bài 9: Người ta dùng một loại vải vintage33 để bọc quả khối khí của khinh khí cầu, biết rằng quả khối này có dạng hình cầu đường kính $2m$. Biết rằng $1m^2$ vải có giá là 200.000 đồng. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu tiền mua vải để làm khinh khí cầu này?

A . 2.500.470 đồng **B.** 3.150.342 đồng

C. 2.513.274 đồng **D.** 2.718.920 đồng

Lời giải

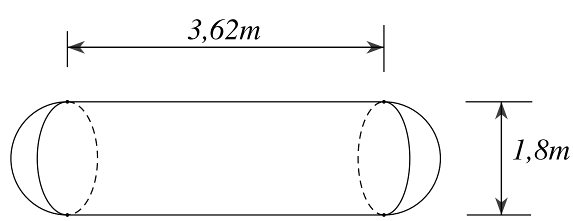
$S_{mat\,cau}=4\pi R^2$

Với $R=\frac{d}{2}=1(m)$. Vậy $S_{mat\,cau}=4\pi.1^2=4\pi\left(m^2\right)$

Vậy cần tối thiểu số tiền: $4\pi.200000=2.513.274$ đồng.

Chọn C.

Bài 10: Một bồn chứa xăng có cấu tạo gồm 1 hình trụ ở giữa và 2 nửa hình cầu ở 2 đầu, biết rằng hình cầu có đường kính $1,8m$ và chiều dài của hình trụ là $3,62m$. Hỏi bồn đó có thể chứa tối đa bao nhiêu lít xăng trong các giá trị sau đây?



A . $10905l$ **B.** $23650l$ **C.** $12265l$ **D.** $20201l$

Lời giải

Ta có: $V_{tru} = \pi R^2 h$

Vì thể tích của 2 nửa hình cầu bằng nhau nên tổng thể tích của 2 nửa hình cầu là 1 khối cầu có $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3$.

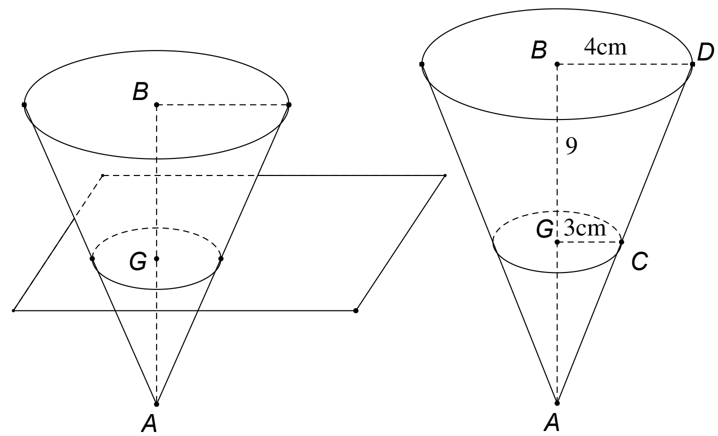
Vậy $V_H = V_{tru} + V_C = \pi R^2 h + \frac{4}{3}\pi R^3 = 12,265 m^3$

Vậy bồn xăng chứa: $12265\, l$.

Chọn C.

Bài 11:

Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng song song với đáy thì phần hình nón nằm giữa mặt phẳng và đáy gọi là hình nón cụt. Một chiếc cốc có dạng hình nón cụt cao $9cm$, bán kính của đáy cốc và miệng cốc lần lượt là và $4cm$. Hỏi chiếc cốc có thể chứa được lượng nước tối đa là bao nhiêu trong số các lựa chọn sau:



A . $250ml$ **B.** $300ml$

C. $350ml$ **D**. $400ml$

Lời giải

$\Delta AGC \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AG}{AB} = \frac{GC}{BD} = \frac{3}{4} \Rightarrow AG = \frac{3}{4}AB$

$\Leftrightarrow \frac{AG}{AG+9} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow AG = 27$

Suy ra $V_{coc} = V_{nonlon} - V_{nonnho}$

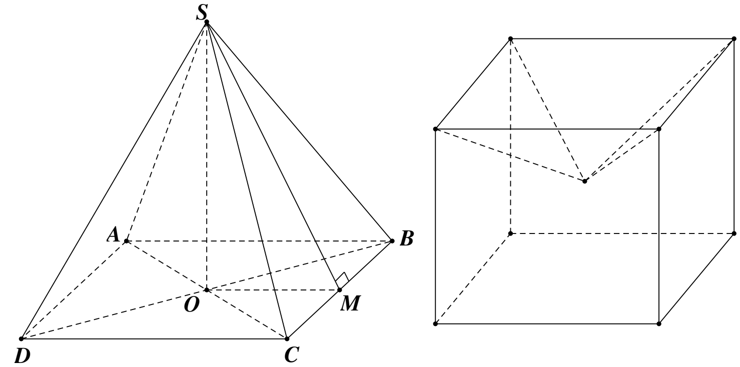
$= \frac{1}{3}.\pi.4^2.(27+9) - \frac{1}{3}.\pi.3^2.27 = 111\pi \approx 348,72ml$

Vậy lượng nước tối đa là $300ml$.

Chọn B.

Bài 12:

Cho sáu khối chóp tứ giác đều được lắp ghép lại tạo thành một khối lập phương như hình dưới. Biết sáu khối chóp đã cho đều bằng nhau và thể tích khối lập phương tạo thành là $8000cm^3$. Tính diện tích xung quanh của mỗi khối chóp tứ giác đều đã cho?



A . $100cm^2$ **B.** $100\sqrt{2}cm^2$

C. $400cm^2$ **D**. $400\sqrt{2}cm^2$

Lời giải

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương ,
khi đó ta có: $a^3 = 8000 \Rightarrow a = 20cm$
Giả sử hình chóp $S.ABCD$ là 1 trong 6 hình chóp, khi đó hình chóp $S.ABCD$ đều có cạnh đáy là $a = 20cm.$

$$V_{S.ABCD} = \frac{8000}{6} = \frac{4000}{3}cm^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}SO.20^2 = \frac{4000}{3} \Rightarrow SO = 10cm$$

Kẻ $SK \perp CB\left(K \in CB\right)$

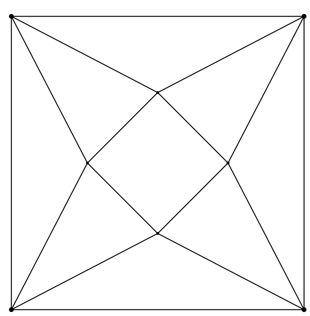
Xét ΔSOK tại O ta có: $SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = 10\sqrt{2}cm$

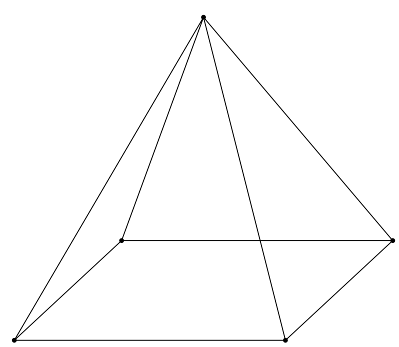
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}SK.SB = \frac{1}{2}.10\sqrt{2}.20 = 100\sqrt{2}cm^2$$

Vậy $S_{xq} = 4S_{\Delta ABC} = 4.100\sqrt{2} = 400\sqrt{2}cm^2.$

Chọn D.

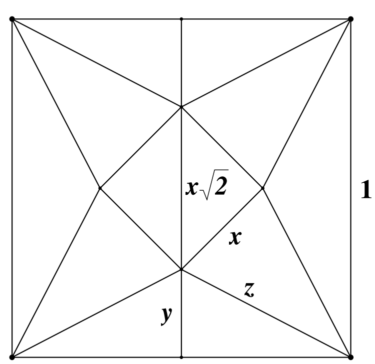
Bài 13: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1m như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt bỏ các tam giác cân bên ngoài của tấm nhôm, phần còn lại gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x\left(m\right)$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Tìm x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.

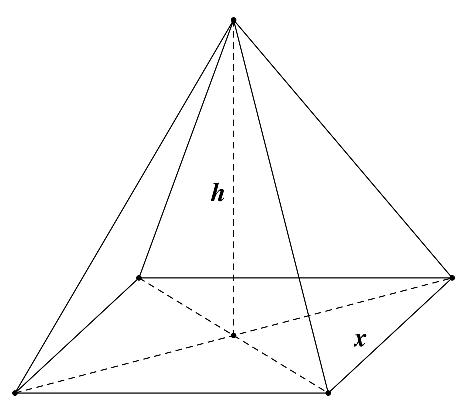




A . $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ **B.** $x = \frac{1}{2}$ **C.** $x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ **D.** $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Lời giải





Ta có: $y=\dfrac{1-\sqrt{2}x}{2}\Rightarrow z=\sqrt{\dfrac{1}{4}+y^2}$

Chiều cao của hình chóp: $h=\sqrt{z^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}+y^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$

$\Rightarrow V_{chop}=\dfrac{1}{3}x^2.\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$

V_{chop} lớn nhất khi hàm số $y=x^2\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$ đạt GTLN

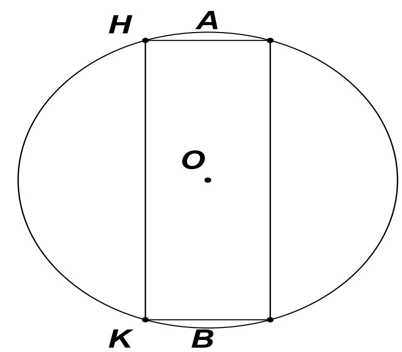
$y'=\dfrac{-5\sqrt{2}x^2+4x}{4\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}}$

$y'=0\Leftrightarrow -5\sqrt{2}x^2+4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\end{array}\right.$

Chọn A.

Bài 14:

Cho biết rằng hình chỏm cầu có công thức thể tích là $\dfrac{\pi h\left(3r^2+h^2\right)}{6}$, trong đó h là chiều cao chỏm cầu và r là bán kính đường tròn bề mặt chỏm cầu (bán kính này khác vớibán kính hình cầu). Bài hỏi đặt ra là với một quả dưa hấu hình cầu, người ta dùng một cái ống khoét thủng một lỗ hình trụ chưa rõ bán kính xuyên qua trái dưa như hình vẽ (trong hình có AB là đường kính trái dưa). Biết rằng chiều cao của lỗ là $12cm$ (trong hình trên, chiều cao này chính là độ dài HK). Tính thể tích của phần dưa còn lại.



A . $200\pi cm^3$ **B.** $96\pi cm^3$ **C**. $288\pi cm^3$ **D**. $144\pi cm^3$

Lời giải

Đặt r là bán kính của hình cầu.

Chiều cao của lỗ là 12 nên chiều cao của chỏm cầu lag $r-6$.

Bán kính của chỏm cầu, cũng là bán kính đáy của hình trụ và là: $\sqrt{r^2-36}$

Thể tích hình trụ là $12\pi\left(r^2-36\right)$.

Thể tích 2 chỏm cầu: $\dfrac{2\pi(r-6)\left[\left(3\left(r^2-36\right)+(r-6)^2\right)\right]}{6}=\dfrac{\pi(r-6)\left(4r^2-12r-72\right)}{3}$

Thể tích cái lỗ là: $12\pi\left(r^2-36\right)+\dfrac{\pi(r-6)\left(4r^2-12r-72\right)}{3}$

$=\pi(r-6)\left[12(r+6)+\dfrac{4r^2-12r-72}{3}\right]=\dfrac{\pi(r-6)\left(4r^2+24r+144\right)}{3}=\dfrac{4\pi\left(r^3-6^3\right)}{3}=\dfrac{4\pi r^3}{3}-288\pi$

Thể tích hình cầu là $\frac{4\pi r^3}{3}$ nên thể tích cần tìm là : $V = 288\pi$.

Chọn C.