

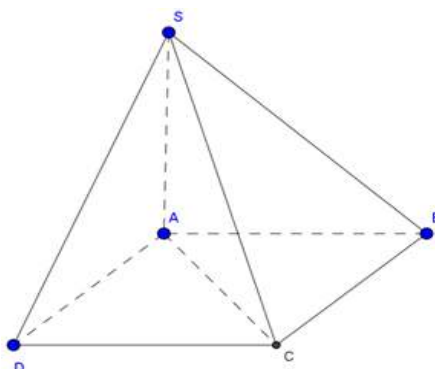
**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ THPT XUÂN TRƯỜNG NĂM 2017-2018**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa  $SC$  và đáy bằng  $45^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $8\sqrt{2}a^3$ .      **B.  $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ .**      C.  $16\sqrt{2}a^3$ .      D.  $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $AC = 2a\sqrt{2}$ ;  $SA = AC \cdot \tan 45^\circ = 2a\sqrt{2}$ ;  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot 4a^2}{3} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 2.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  trên đoạn  $[-1; 0]$  là

- A.  $\frac{-2}{3}$ .      **B. 0.**      C.  $\frac{-1}{2}$ .      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét trên đoạn  $[-1; 0]$  có:  $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0; \forall x \neq 2$

$\Rightarrow$  hàm số nghịch biến trên đoạn  $[-1; 0] \Rightarrow \text{Max } y = y(-1) = 0$ .

**Câu 3.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^4 + 8x^2 - 2$  trên đoạn  $[-3; 1]$ . Tính  $M + m$ ?

- A. -25.      **B. 3.**      C. -6.      D. -48.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = -4x^3 + 16x = 4x(-x^2 + 4) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-3; 1] \\ x = 2 \notin [-3; 1] \\ x = -2 \in [-3; 1] \end{cases}$ .

Khi đó  $y(-3) = -11$ ;  $y(-2) = 14$ ;  $y(0) = -2$ ;  $y(1) = 5$ . Vậy  $M = 14$ ;  $m = -11 \Rightarrow M + m = 3$

**Câu 4.** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  là **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

C. Hàm số luôn luôn đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ . Ta có:  $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đó bằng:

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

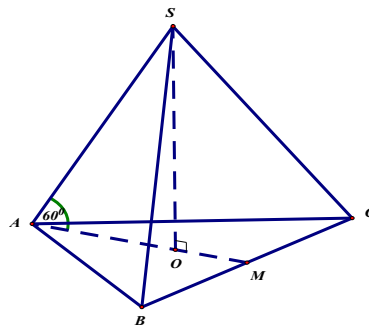
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có:  $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ . Gọi  $O$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , suy ra  $SO \perp (ABC)$ .

Ta có  $AO$  là hình chiếu của  $SA$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Suy ra  $(SA, (ABC)) = (SA, AO) = \widehat{SAO} = 60^\circ$ . Xét tam giác  $SAO$  vuông tại  $O$ , ta có:

$$\tan \widehat{SAO} = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = \frac{2}{3} AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

**Câu 7.** Số điểm cực trị của hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 1$  là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

### Lời giải

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Ta có:  $y' = 4x^3 - 6x$ . Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$0$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$			
$y'$		-	0	+	0	-	0	+

Suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

(Có thể lập luận  $y' = 4x^3 - 6x$  là hàm số bậc ba lại có 3 nghiệm suy ra 3 nghiệm đều là nghiệm đơn, do đó,  $y'$  sẽ đổi dấu 3 lần khi đi qua 3 nghiệm. Vậy hàm số đã cho có 3 cực trị.)

**Câu 8.** Hàm số  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét trên tập xác định của hàm số. Hãy chọn khẳng định **đúng**?

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	
$y'$		+	0	-
$y$	$0$		$1$	$0$

A. Không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

### Lời giải

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1 tại  $x = 0$  và không có giá trị nhỏ nhất.

**Câu 8:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$  biết tiếp tuyến có hệ số góc  $k = -9$ .

A.  $y - 16 = -9(x - 3)$ . B.  $y + 16 = -9(x + 3)$ . C.  $y - 16 = -9(x + 3)$ . D.  $y = -9x - 27$ .

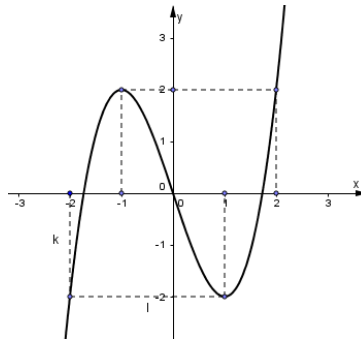
### Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $y' = x^2 + 6x$ . Suy ra  $x^2 + 6x = -9 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow y = 16$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $y - 16 = -9(x + 3) \Leftrightarrow y = -9x - 11$ .

**Câu 9.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



**A.**  $y = x^3 - 3x$ .

**B.**  $y = x^4 - 4x^2$ .

**C.**  $y = -x^3$ .

**D.**  $y = x^3 - 3x^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có hàm số bậc ba có  $x_{CT} = 1$  suy ra đáp án A

**Câu 10.** Số giao điểm của đường cong  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  và đường thẳng  $y = 1 - 2x$  là

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy số giao điểm bằng 1.

**Câu 11.** Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = 4m$  cắt đồ thị hàm số (C):  $y = x^4 - 8x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt.

**A.**  $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$ .

**B.**  $m \leq \frac{3}{4}$ .

**C.**  $m \geq -\frac{13}{4}$ .

**D.**  $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y = x^4 - 8x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

BBT:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$				
$y'$		-	0	+	0	-	0	+	
$y$	$+\infty$		$-13$		$3$		$-13$		$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy để đường thẳng  $y = 4m$  cắt đồ thị hàm số (C):  $y = x^4 - 8x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt thì  $-13 < 4m < 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$ .

**Câu 12.** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

$x$	$-\infty$		$-2$		$1$		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		20		-7		$+\infty$

- A.  $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ . B.  $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$ . C.  $y = -2x^4 - 3x^2 + 12$ . D.  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát BBT ta thấy:

BBT là của hàm bậc ba nên ta loại phương án C

BBT đi lên từ trái sang phải nên hệ số của  $x^3$  dương nên ta loại phương án A

Điểm cực trị  $A(1; -7)$  thuộc đồ thị nên ta loại phương án B

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $y = \frac{1}{2}$ . B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = \frac{3}{2}$ .  
 C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$ . D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $x = -1$ .

**Lời giải**

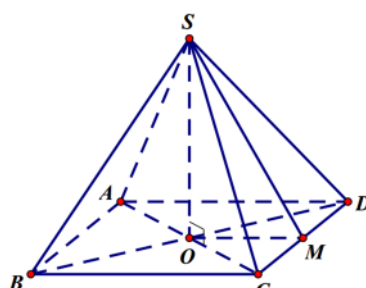
**Chọn B**

**Câu 14.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$

- A.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ . B.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ . C.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ . D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có:  $SO \perp (ABCD)$ .

Gọi M là trung điểm của CD, ta có:  $\widehat{((SCD), (ABCD))} = \widehat{SMO} = 60^\circ$

Ta có:  $OM = a$ ,  $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$  và  $S_{ABCD} = 4a^2$

Suy ra:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới. Dựa vào bảng biến thiên, tìm  $m$  để phương trình  $f(x) = 2m + 1$  có 3 nghiệm phân biệt

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$-1$		$3$		$-\infty$

A.  $-1 < m < 0$ .

**B.  $-1 < m < 1$ .**

C.  $0 < m < 1$ .

D.  $0 < m < 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số nghiệm phương trình bằng số giao điểm của đường  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = 2m + 1$ .

Từ bảng biến thiên, để phương trình  $f(x) = 2m + 1$  có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow -1 < 2m + 1 < 3$   
 $\Leftrightarrow -1 < m < 1$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ . Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A.  $(1; -2)$ .

B.  $(-1; 2)$ .

C.  $\left(3; \frac{2}{3}\right)$ .

**D.  $(1; 2)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = R$ . Ta có  $y' = x^2 - 4x + 3$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$1$	$3$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$-\infty$		$2$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$

Vậy độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là:  $(1; 2)$ .

**Câu 17.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^4 + 2x^2 + 3$  tại điểm có hoành độ bằng 0 có phương trình là

A.  $y = x + 1$ .

B.  $y = x + 2$ .

**C.  $y = 3$ .**

D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$y = x^4 + 2x^2 + 3$  có tập xác định  $D = R$ . Ta có  $y' = 4x^3 + 4x$ .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 0 có phương trình:  $y = y'(0)(x-0) + y(0) \Leftrightarrow y = 3$ .

**Câu 18.** Số cạnh của một khối chóp tam giác là

**A. 6.**

**B. 4.**

**C. 7.**

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 19.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ;  $AB = AC = a$ ; Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABC$  biết  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ .

**A.  $\frac{a^3}{6}$ .**

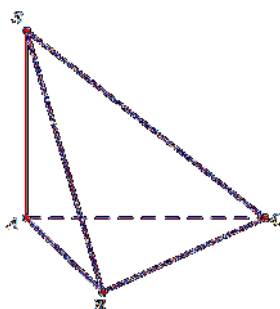
**B.  $a^3$ .**

**C.  $\frac{a^3}{3}$ .**

**D.  $3a^3$ .**

**Lời giải**

**Chọn C**



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{a^3}{3}.$$

**Câu 20.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  đồng biến trên:

**A.  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .**

**B.  $(-\infty; 2)$ .**

**C.  $(0; 2)$ .**

**D.  $(0; +\infty)$ .**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = 3x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}.$$

**Câu 21.** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(1; +\infty)$ .

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(2; +\infty)$ .

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$				
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$					
$y$	$+\infty$	↘		$2$	↗		$3$	↘		$2$	↗		$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 22.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$ . Biết  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

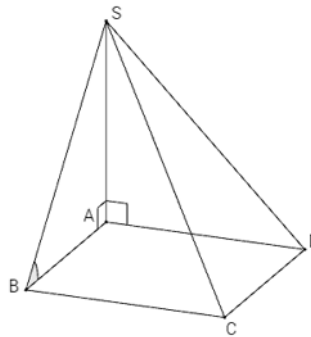
B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .

C.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ .

D.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .

Lời giải

**Chọn D**



Góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy là góc  $\widehat{SBA}$ .

$$\Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan SBA = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{6} \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$$

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Với mọi  $m > 1$  thì hàm số có cực trị.

B. Với mọi  $m < 1$  thì hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số luôn luôn có cực đại và cực tiểu.

D. Với mọi  $m \neq 1$  thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $y' = x^2 + 2mx + 2m - 1$ . Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

Mặt khác:  $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 > 0, \forall m \neq 1$ . Vậy  $m \neq 1$  thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$  ( $m$  là tham số). Giá trị của tham số  $m$  để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  là



A.  $m = 2$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = 0$ .

D.  $m = 3$ .

Lời giải

Chọn C

$$y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m, y'' = 2x - 2(m+1)$$

Để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  thì điều kiện là  $x = 2$  là điểm cực trị nên

$$y'(2) = 0 \Leftrightarrow 4 - 4(m+1) + m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Với  $m = 0$  hàm số có dạng  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$

BBT

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$			$1$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$

$-\infty \nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  nên  $m = 0$  thỏa mãn

Với  $m = 2$  hàm số có dạng  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 0 \end{cases}$ .

Do đó hàm số không đạt cực trị tại  $x = 2$  nên  $m = 2$  không thỏa mãn.

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x - 2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung.

A.  $y = 2x + 1$ .

B.  $y = -2x + 1$ .

C.  $y = -3x - 2$ .

D.  $y = 3x - 2$ .

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của  $(C)$  với trục tung là:  $(0; -2)$ . Ta có  $y' = -3x^2 + 3$  có  $k = y'(0) = 3$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là:

$$y = k(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 3x - 2.$$

**Câu 26.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều; mặt bên  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác  $SAB$  vuông tại  $S$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $SB = a$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ .

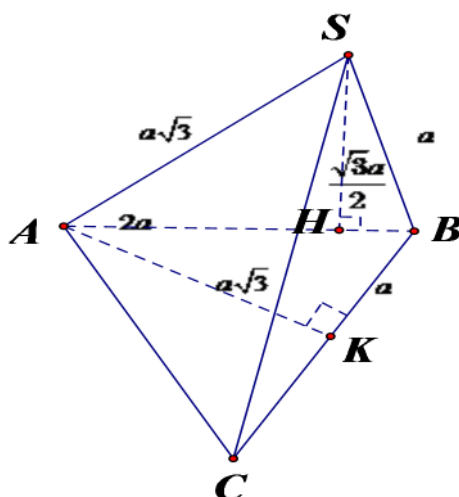
B.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

C.  $\frac{a^3}{2}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Do  $\Delta SAB$  vuông tại  $S$  nên có  $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$ .

Và  $\sin \widehat{SAB} = \frac{SB}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SAB} = 30^\circ$ .

Dựng  $SH \perp AB$ , xét  $\Delta SAH$  có  $\sin \widehat{SAH} = \frac{SH}{SA} \Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{SH}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ .

Do  $(SAB) \perp (ABC) \Leftrightarrow SH \perp (ABC)$ .

Dựng  $AK \perp BC$ , do  $\Delta ABC$  đều nên  $AK$  là trung trực và có  $AK = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$ .

Có  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AK \cdot BC = \frac{1}{6} \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \sqrt{3}a \cdot 2a = \frac{a^3}{2}$ .

**Câu 27.** Gọi  $M \in (C): y = \frac{2x+1}{x-1}$  có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  cắt các trục tọa độ  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Hãy tính diện tích tam giác  $OAB$ ?

A.  $\frac{119}{6}$ .

B.  $\frac{123}{6}$ .

C.  $\frac{125}{6}$ .

**D.  $\frac{121}{6}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$$M(x_0; 5) \Rightarrow \frac{2x_0+1}{x_0-1} = 5 \Leftrightarrow x_0 = 2.$$

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}. \text{ Suy ra phương trình tiếp tuyến tại } M \text{ là: } (d): y = \frac{-3}{(2-1)^2}(x-2) + 5 = -3x + 11.$$

$d$  giao với  $Ox$  tại  $A\left(\frac{11}{3}; 0\right)$  và  $d$  giao với  $Oy$  tại  $B(0; 11)$ .

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{121}{6}.$$

**Câu 28.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân với  $AB = AC = a$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , mặt phẳng  $(AB'C')$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho?

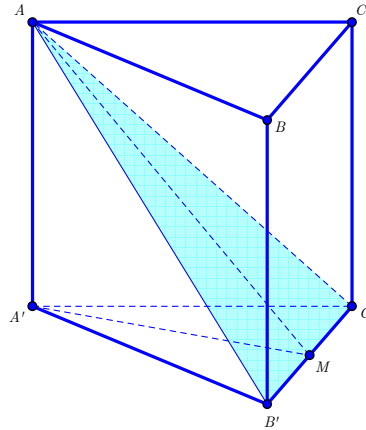
**A.**  $V = \frac{3a^3}{8}$ .

**B.**  $V = \frac{9a^3}{8}$ .

**C.**  $V = \frac{a^3}{8}$ .

**D.**  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Ta tính được  $AM = AC \cdot \sin C = \frac{a}{2}$ .

Góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'C')$  và  $(A'B'C')$  bằng góc  $\widehat{AMA'}$ , suy ra  $\widehat{AMA'} = 60^\circ$ .

$$AA' = AM \tan \widehat{AMA'} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích lăng trụ là: } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 120^\circ = \frac{3a^3}{8}.$$

**Câu 29.** Khối đa diện nào sau đây có công thức tính thể tích là  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$  ( $B$  là diện tích đáy;  $h$  là chiều cao)

**A.** Khối lăng trụ

**B.** Khối chóp

**C.** Khối lập phương

**D.** Khối hộp chữ nhật

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 30.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2016}{\sqrt{x^2-2016}}$  là

**A.**  $y = 1$ ;  $y = -1$ .

**B.**  $y = -\sqrt{2016}$ .

**C.**  $y = \sqrt{2016}$ .

**D.**  $y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -12\sqrt{14}) \cup (12\sqrt{14}; +\infty).$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2016}{\sqrt{x^2-2016}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left(1 + \frac{2016}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2016}{x^2}}} = \pm 1.$$

Suy ra đường thẳng  $y = \pm 1$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

**Câu 31.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

**A.**  $V = \frac{a^3}{6}$ .

**B.**  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**C.**  $V = \frac{a^3}{2}$ .

**D.**  $V = a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Do đáy là tam giác vuông cân tại  $B$  nên  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \left( \frac{AC}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{a^2}{2}$ .

$$V_{A'B'C'.ABC} = BB' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{2}.$$

**Câu 32.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.

**A.**  $m = \sqrt[5]{2}$ .

**B.**  $m = -\sqrt[5]{2}$ .

**C.** Không tồn tại  $m$ .

**D.**  $m = \pm \sqrt[5]{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì:  $-8m^2 < 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2m \Rightarrow y = -16m^4 + 1 \\ x = -2m \Rightarrow y = -16m^4 + 1 \end{cases}$$

Gọi  $A(0;1), B(2m; -16m^4 + 1), C(-2m; -16m^4 + 1)$  là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$$\overline{AB} = (2m; -16m^4); \overline{CB} = (-4m; 0).$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |64m^5| \Leftrightarrow 2 = |m^5| \Leftrightarrow m = \pm \sqrt[5]{2}.$$

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = x + m - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .

**A.**  $m = \sqrt{10}$ .

**B.**  $m = -\sqrt{10}$ .

**C.**  $m = -\sqrt{3}$ .

**D.**  $m = \sqrt{3}$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm :  $\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \quad (x \neq -1)$ .

$$\Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(x+m-1) \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m-2 = 0. \quad (1)$$

Đề đường thẳng  $y = x+m-1$  cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt  $A, B$  thì phương trình

$$(1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 + (m-2)(-1) + m-2 \neq 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 12 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases}. \text{ Theo định lý Vi - et thì } \begin{cases} x_A + x_B = 2 - m \\ x_A \cdot x_B = m - 2 \end{cases}.$$

Ta có:  $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 12 \Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 12 \Leftrightarrow 2(x_B - x_A)^2 = 12$

$$\Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 = 6 \Leftrightarrow (x_B + x_A)^2 - 4x_B x_A - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2-m)^2 + 4(m-2) - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{10} \text{ (L)} \\ m = -\sqrt{10} \text{ (N)} \end{cases}. \text{ Vậy } m = -\sqrt{10}.$$

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Biết rằng tiếp tuyến tại điểm  $M$  bất kì của  $(C)$  luôn cắt hai tiệm cận của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$ . Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng  $AB$  là

**A.** 4.

**B.**  $2\sqrt{2}$ .

**C.**  $\sqrt{2}$ .

**D.** 2.

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có :  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{2x-3}{x-2} \right) = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{2x-3}{x-2} \right) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{2x-3}{x-2} \right) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Gọi  $M \left( x_0; \frac{2x_0-3}{x_0-2} \right) \in (C)$ .

Gọi  $(d)$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$ .

Ta có phương trình của  $(d)$  là :  $y - \frac{2x_0-3}{x_0-2} = \frac{-1}{(x_0-2)^2} (x - x_0)$

Giao điểm của  $(d)$  với tiệm cận đứng là  $A(2; -2)$ .

Giao điểm của  $(d)$  với tiệm cận ngang là :  $B(2x_0 - 2; 2)$ .

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + 4^2} = \sqrt{4x_0^2 - 16x_0 + 32} = 2\sqrt{(x_0 - 2)^2 + 4} \geq 4$$

**Câu 35.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo giả thiết ta có  $\begin{cases} y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Mặt khác  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Do vậy phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  có 3 nghiệm phân biệt lần lượt thuộc các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

Vậy đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  cắt trục  $Ox$  tại 3 điểm phân biệt.

**Câu 36.** Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng:

A. 3.

B. -3.

C. -4.

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ . Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm, ta có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm

$$M(x_0; y_0) \text{ là } y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$$

Vậy tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng  $-3$ .

**Câu 37.** Một doanh nghiệp sản xuất và bán một sản phẩm với giá 45 (ngàn đồng) mỗi sản phẩm, tại giá bán này khách hàng sẽ mua 60 sản phẩm mỗi tháng. Doanh nghiệp dự định tăng giá bán và ước tính rằng nếu tăng hai (ngàn đồng) trong giá bán thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 6 sản phẩm. Biết rằng chi phí mỗi sản phẩm là 27 (ngàn đồng). Vậy doanh nghiệp nên bán với giá nào để lợi nhuận thu đc là lớn nhất

A. 46 ngàn đồng.

B. 47 ngàn đồng.

C. 48 ngàn đồng.

D. 49 ngàn đồng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $x(x > 45)$  là giá bán mới của sản phẩm.

$$\text{Số sản phẩm bán đc với giá } x \text{ là } 60 - \frac{6(x - 45)}{2} = 195 - 3x.$$

$$\text{Lợi nhuận của công ty sẽ là } (x - 27)(195 - 3x) = -3x^2 + 276x - 5265 = -3(x - 46)^2 + 1083$$

$\Rightarrow x = 46$  (ngàn đồng)

**Câu 38.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\sin x + 3}{\sin x + m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

A.  $0 \leq m < 3$ .

B.  $m \leq -1$ .

C.  $m \geq 3$ .

D.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ 0 \leq m < 3 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } \sin x = t \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1). y = \frac{t+3}{t+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên đoạn } (0; 1) \Rightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ x+m \neq 0 \forall x \in (0; 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

**Câu 39.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ .

A.  $m = \pm 1$ .

B.  $m = \pm 2$ .

C.  $m = 0$ .

D.  $m = \pm\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$ ;  $\Delta' = 9 > 0, \forall m$  nên hàm số luôn có 2 cực trị  $x_1, x_2$  thỏa:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}. \text{ Khi đó: } x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

**Câu 40.** Hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$  nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1 với  $m$  bằng

A.  $\frac{9}{4}$ .

B.  $-\frac{9}{2}$ .

C.  $\frac{9}{2}$ .

D.  $-\frac{9}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = 3x^2 + 6x + m$ ;  $\Delta' = 9 - 3m$ .

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_2 - x_1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ \frac{2\sqrt{\Delta'}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}.$$

**Lưu ý:** Ta cũng có thể giải quyết bài toán dựa vào Viet bằng cách bình phương 2 vế  $|x_2 - x_1| = 1$ .

**Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ , có  $BC = a$ ; Mặt bên  $(SAC)$  vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $SABC$ .

A.  $\frac{a^3}{12}$ .

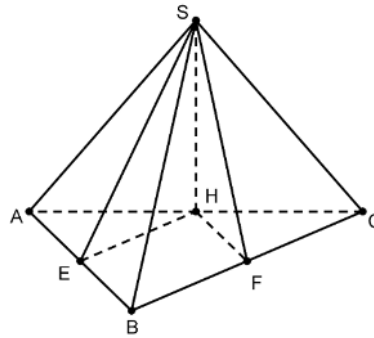
B.  $a^3$ .

C.  $\frac{a^3}{6}$ .

D.  $\frac{a^3}{24}$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên cạnh  $AC$  nên  $SH \perp (ABC)$ .

Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $H$  lên cạnh  $AB$  và  $AC$ . Khi đó, góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SAB), (SAC)$  tạo với đáy lần lượt là  $\widehat{SEH}, \widehat{SFH}$  cùng bằng  $45^\circ$ .

Hai tam giác  $\triangle SEH, \triangle SFH$  có  $\widehat{SHE} = \widehat{SHF} = 90^\circ$ ,  $SH$  chung,  $\widehat{HSE} = \widehat{HSF} = 45^\circ$  nên hai tam giác bằng nhau hay  $HE = HF$ . Mà  $\triangle ABC$  là tam giác vuông cân nên  $H$  là trung điểm của  $AC$ .

Ta có:  $SH = HE = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$ . Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{12}$ .

**Câu 42.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$  là

A.  $\min P = -80$ .

B.  $\min P = -91$ .

C.  $\min P = -83$ .

D.  $\min P = -63$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$

Mặt khác  $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x + y \leq 8 \Rightarrow x + y \in [4; 8]$

Xét biểu thức  $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy \geq 16(x+y) + 7xy = 7x(y+3) + 16y - 5x$ .

Mà  $\begin{cases} y+3 \geq 0 \\ y \geq 4-x \end{cases} \Rightarrow P \geq 16(4-x) - 5x = 64 - 21x$ , kết hợp với

$x + y \geq 4 \Rightarrow x \in [3; 7] \Rightarrow 64 - 21x \geq -83$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  là  $-83$ .



**Câu 43.** Một vật chuyển động theo quy luật  $S = 10t^2 - \frac{1}{3}t^3$ , với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $S$  (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 15 giây, kể từ khi vật bắt đầu chuyển động vận tốc  $v$  (m/s) của vật đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm  $t$  (s) bằng

- A. 8(s).                      B. 20(s).                      **C. 10(s).**                      D. 15(s).

**Lời giải**

**Chọn C**

$$S = 10t^2 - \frac{1}{3}t^3 \Rightarrow V = 20t - t^2. \text{ Tìm giá trị lớn nhất của } V \text{ trên } [0; 15].$$

$$V' = 20 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 10; V(0) = 0; V(10) = 100; V(15) = 75$$

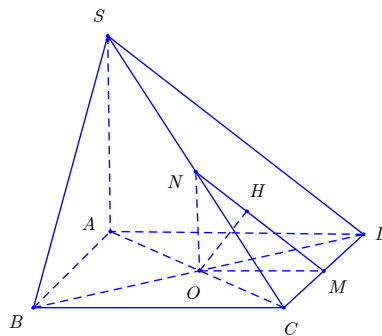
Vậy GTL của vận tốc là 100(m/s) tại  $t = 10$ (s).

**Câu 44.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Thể tích khối đa diện  $S.BCD$  là

- A.  $a^3\sqrt{3}$ .                      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{15}}{10}$ .                      **D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $MN$  là đường trung bình tam giác  $SCD$ .

$$\text{Kẻ } OH \perp MN \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Suy ra } \sin \widehat{HMO} = \frac{OH}{OM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{HMO} = 30^\circ.$$

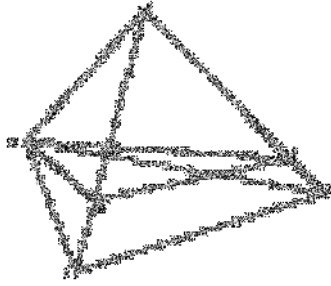
$$\Rightarrow ON = OM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow SA = a. S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}. \text{ Suy ra: } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

**Câu 45.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = 3$ ,  $SB = 4$ ,  $SC = 5$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

- A.  $V = 5\sqrt{2}$ .**                      B.  $V = 5\sqrt{3}$ .                      C.  $V = 10$ .                      D.  $V = 15$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Trên các đoạn  $SB, SC$  lần lượt lấy các điểm  $E, F$  sao cho  $SE = SF = 3$ .

Khi đó  $S.AEF$  là khối tứ diện đều có cạnh  $a = 3$ . Suy ra  $V_{S.AEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ .

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \longrightarrow V_{S.ABC} = \frac{20}{9} V_{S.AEF} = 5\sqrt{2}.$$

**Câu 46.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Góc giữa đường thẳng  $SA$  với mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $GC$  và  $SA$  bằng

**A.**  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

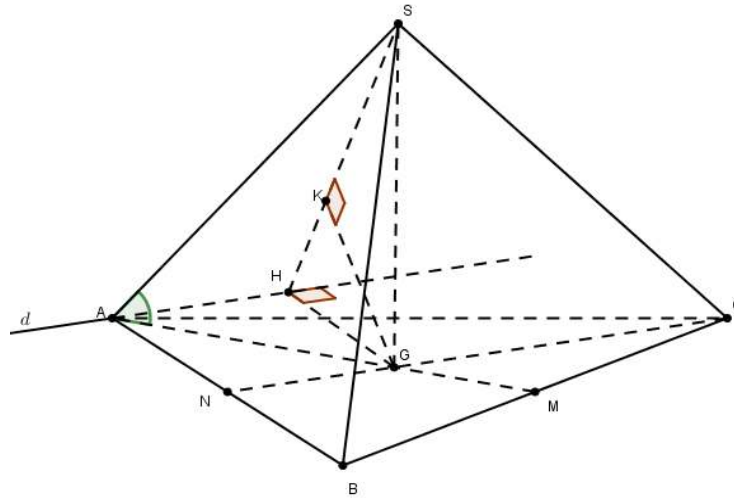
**B.**  $\frac{a}{5}$

**C.**  $\frac{a\sqrt{5}}{10}$

**D.**  $\frac{a\sqrt{2}}{5}$

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có:  $AG$  là hình chiếu của  $SA$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  suy ra góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc  $\widehat{SAG}$

$$\text{Kẻ } d // GC \Rightarrow GC // (SA, d) \Rightarrow d(GC, SA) = d(G, (SA, d))$$

Kẻ  $GH \perp d (H \in d)$  và  $GK \perp SH (K \in SH)$  (1). Do

$$\begin{cases} GH \perp d \\ SG \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (SGH) \Rightarrow d \perp GK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $GK \perp (SA, d) \Rightarrow d(GC, SA) = GK$ .

Lại có:  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GA = \frac{2}{3}GM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = GA \tan 60^\circ = a$

Mặt khác:

$$\widehat{NCA} = \widehat{CAH} = 30^\circ \Rightarrow GH = GA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{GK^2} = \frac{1}{GH^2} + \frac{1}{SG^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow GK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

**Câu 47.** Xác định  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2+2(m-1)x+m^2-2}$  có **đúng** hai tiệm cận đứng.

**A.**  $m < \frac{3}{2}$ .

**B.**  $m > -\frac{3}{2}; m \neq 1$ .

**C.**  $m < \frac{3}{2}; m \neq 1; m \neq -3$ .

**D.**  $m > -\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số có đúng hai tiệm cận  $\Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 + 2(m-1) \cdot 1 + m^2 - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3 > 0 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m \neq 1 \\ m \neq -3 \end{cases}$$

**Câu 48.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , cạnh  $a$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Biết rằng  $A'O \perp (ABCD)$  và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối đa diện  $OABC'D'$ .

**A.**  $V = \frac{a^3}{6}$ .

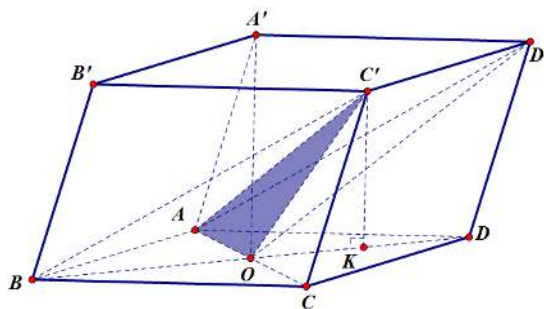
**B.**  $V = \frac{a^3}{12}$ .

**C.**  $V = \frac{a^3}{8}$ .

**D.**  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Do đó:  $OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}; BD = a\sqrt{3}$ .

$$\left(\widehat{AA', (ABCD)}\right) = \left(\widehat{AA', AO}\right) = \widehat{A'AO} = 60^\circ; AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}; A'O = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$V_{OABC'D'} = V_{C'.AOB} + V_{D'.C'OA} = V_{C'.AOB} + V_{D.C'AO} = V_{C'.ABO} + V_{C'.AOD} = \frac{1}{3} \cdot A'O \cdot S_{ABO} + \frac{1}{3} \cdot A'O \cdot S_{AOD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot A'O \cdot (S_{ABO} + S_{AOD}) = \frac{1}{3} \cdot A'O \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{8}.$$

**Câu 49.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \cos^3 x - \frac{9}{2} \cos^2 x + 3 \cos x + \frac{1}{2}$  là

- A. 1.                                      B. -24.                                      C. -12.                                      **D. -9.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $t = \cos x$ ,  $t \in [-1; 1]$

Hàm số trở thành  $f(t) = 2t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2} \Rightarrow f'(t) = 6t^2 - 9t + 3$

Do đó:  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6t^2 - 9t + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$ . Ta có:  $f(-1) = -9$ ;  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{8}$ ;  $f(1) = 1$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -9.

**Câu 50.** Tìm các giá trị thực của  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0$  ba nghiệm phân biệt

- A.  $m < 0$ .                                      B.  $0 \leq m \leq 4$ .                                      C.  $4 < m < 8$ .                                      **D.  $-8 < m < -4$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 4 = m$  (\*)

□ Xét hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

□ Lập bảng biến thiên ta có phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi  $-8 < m < -4$ .