ĐỀ KIỂM TRA HK1_2016-2017

Câu 1. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

A. $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 0$ và $x = 2$

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$a > 0$ nên nghiệm lớn là điểm cực tiểu.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^4 + b^2x^2 + 1, (a \neq 0)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

B. Hàm số nhận trục hoành làm trục đối xứng.

C. Với $a > 0$, đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác cân.

D. Với mọi giá trị của tham số $a, b, (a \neq 0)$ thì hàm số luôn có cực trị.

Lời giải

Chọn D

Tính chất của hàm trùng phương: hàm số luôn có cực trị.

Câu 3. Hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

a, b cùng dấu, $a < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

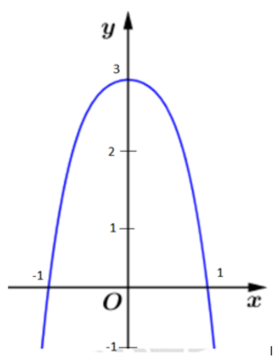
Câu 4. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = x^2 + 2x - 3$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.



Lời giải

Chọn D

Cả phương án A, B, C đều cho $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$: Không phù hợp đồ thị đang xét có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ Loại.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$. Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì

A. $m=0$.

B. $m=0;\ m=1$.

C. $m=1$.

D. Không tồn tại m.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $x\neq m$.

$\forall a\neq m: \lim\limits_{x\to a} y=\dfrac{2a^2-3a+m}{a-m}$: xác định $\Rightarrow x=a$: Không là tiệm cận đứng.

Tại $x=m$: Chú ý $\lim\limits_{x\to m}(x-m)=0;\ \lim\limits_{x\to m}\left(2x^2-3x+m\right)=2m^2-3m+m=2m^2-2m$.

Nếu $2m^2-2m\neq 0\Rightarrow \lim\limits_{x\to m} y=\infty$: Có tiệm cận đứng – Không thỏa.

Vậy. $2m^2-2m=0\Rightarrow\ m=0;\ m=1$.

Ngược lại khi $m=0;\ m=1$: Tử số $2x^2-3x+m$ là tam thức bậc hai có nghiệm $x=m$

$\Rightarrow 2x^2-3x+m=2(x-m)(x-x_2)\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to m} y=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2(x-m)(x-x_2)}{x-m}=2(m-x_2)$: xác định $\Rightarrow$

Không có tiệm cận đứng – Nhận. Vậy chọn **C.**

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $x^2+x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1; x\neq -2$. Do $\lim\limits_{x\to -2} y=\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1} y=\infty$ nên đồ thị hàm đang xét có 2 tiệm cận đứng.

Câu 7. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Dựa vào dấu hiệu nhận biết hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị.

Cách 2: Ta có: $y'=\dfrac{1}{(2-x)^2}>0, \forall x\neq 2$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $(0;2)$ như sau. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

x	0		1		2
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$

A. Trên $(0;2)$, hàm số không có cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên $(0;2)$ hàm số $y = f(x)$ liên tục và có:

$f'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (1;2)$

nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 9. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = m.x^4 - m^3.x^2 + 2016$ có 3 điểm cực trị?

A. $m > 0$.

B. $m \neq 0$.

C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. Không tồn tại giá trị của m.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4mx^3 - 2m^3x = 2mx\left(2x^2 - m^2\right)$

Để hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Tức là,

$2x^2 - m^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{m^2}{2}$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $m \neq 0$.

Phương pháp giải nhanh: Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m.(-m^3) < 0 \Leftrightarrow m^4 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là đ

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra $f\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 11. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^5-5x^4+5x^3+1$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$?

A. $\min\limits_{x\in[-1;2]} y=-10,\ \max\limits_{x\in[-1;2]} y=2$.

B. $\min\limits_{x\in[-1;2]} y=-2,\ \max\limits_{x\in[-1;2]} y=10$.

C. $\min\limits_{x\in[-1;2]} y=-10,\ \max\limits_{x\in[-1;2]} y=-2$.

D. $\min\limits_{x\in[-1;2]} y=-7,\ \max\limits_{x\in[-1;2]} y=1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $\left[-1;2\right]$.

Ta có $y'=5x^4-20x^3+15x^2=5x^2\left(x^2-4x+3\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[-1;2\right]\\x=1\in\left[-1;2\right]\\x=3\notin\left[-1;2\right]\end{array}\right.$$

$y\left(0\right)=1;y\left(1\right)=2;y\left(-1\right)=-10;y\left(2\right)=-7$. Vậy $\min\limits_{x\in[-1;2]} y=-10,\ \max\limits_{x\in[-1;2]} y=2$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{6-8x}{x^2+1}$ trên tập xác định của hàm số là :

A. -2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'\left(x\right)=\dfrac{8x^2-12x-8}{\left(x^2+1\right)^2}$

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=2\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số như sau :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	8	$\searrow$	$\frac{22}{5}$	$\nearrow$	0

Từ bảng biến thiên suy ra $\max_{\mathbb{R}} y = 8$

Câu 13. Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

A. $m \geq \frac{1}{2}$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.

Lờigiải

Chọn A

Hàmsố $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx \leq 0, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}x, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m \geq \max_{[0;1]} f(x)$ với $f(x) = \frac{1}{2}x$

$\Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$ (vì $f(x) = \frac{1}{2}x$ làhàmsốbậcnhất).

Câu 14. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lờigiải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to -\infty} y = -1 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = -1$.

Mặt khác $\lim_{x \to 2^+} y = -\infty; \lim_{x \to 2^-} y = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 15. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ đồng biến trên:

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;+\infty)$

Lờigiải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 1$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = -1$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.

Vậy hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2

A. Hàm số có tiệm cận đứng là $y = 1$. **B.** Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số có tiệm cận ngang là $x = 2$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta có hàm số có $y' > 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+2}{x-3}=+\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+2}{x-3}=1$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0-3}\right)\in(C)$ $x_0\neq 3$. Khi đó $\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3}-1\right|$ là khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang.

Và $|x_0-3|$ là khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng.

Để khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng thì $\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3}-1\right|=5|x_0-3|\Leftrightarrow\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-3}-\dfrac{x_0-3}{x_0-3}\right|=5|x_0-3|\Leftrightarrow\left|\dfrac{5}{x_0-3}\right|=5|x_0-3|$

$\Leftrightarrow\left|\dfrac{1}{x_0-3}\right|=|x_0-3|\Leftrightarrow\dfrac{1}{|x_0-3|}=|x_0-3|\Leftrightarrow(x_0-3)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0-3=1\\x_0-3=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=4\\x_0=2\end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn đề bài.

Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến đó cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B thỏa mãn $OA=4OB$ là

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$ hoặc $\dfrac{1}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$.

Gọi β là góc tạo bởi tiếp tuyến d với trục Ox. Ta có hệ số góc của tiếp tuyến d là $k=\pm\tan\beta=\pm\dfrac{OB}{OA}=\pm\dfrac{1}{4}$.

Ta lại có hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $y'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}<0$ nên nhận giá trị $k=-\frac{1}{4}$ và loại giá trị $k=\frac{1}{4}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\frac{5}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=-\frac{5}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$. Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

.

Câu 21. Cho hàm số $y=-x^3+(2m+1)x^2-(m^2-1)x-5$. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung?

A. $m>1$. **B.** $m=2$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $m>2$ hoặc $m<1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+2(2m+1)x-(m^2-1)$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-2(2m+1)x+(m^2-1)=0\ (*)$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac=3(m^2-1)<0\Leftrightarrow -1<m<1$.

Câu 22. Trong tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2-mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, giá trị nhỏ nhất của m là:

A. -4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=x^2+2mx-m$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ m^2+m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m\le 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của m là -1.

Câu 23. Gọi giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là M và m. Khi đó, giá trị của $M.m$ là:

A. -2. **B.** 46. **C.** -23. **D.** Một số lớn hơn 46.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3+4x=4x\left(x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow x=0\in[-1;2]$.

$y'(-1)=2; y'(0)=-1; y'(2)=23$. Suy ra $M=23; m=-1 \Rightarrow M.m=-23$.

Câu 24. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị $(C): y=x^4-2x^2$ đi qua gốc tọa độ O?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng qua $O(0;0)$ có phương trình: $y=kx$. Δ tiếp xúc với (C).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4-2x^2=kx \\ k=4x^3-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4-2x^2=\left(4x^3-4x\right)x \\ k=4x^3-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4-2x^2=4x^4-4x^2 \\ k=4x^3-4x \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^4-2x^2=0 \\ k=4x^3-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \wedge x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{3} \\ k=4x^3-4x \end{cases}.$$

Vậy có 3 tiếp tuyến với (C) đi qua gốc tọa độ O.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m+2$ có đồ thị (C). Gọi (Δ) là tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 1. Với giá trị nào của tham số m thì (Δ) vuông góc với đường thẳng $(d): y=\frac{1}{4}x-2016$.

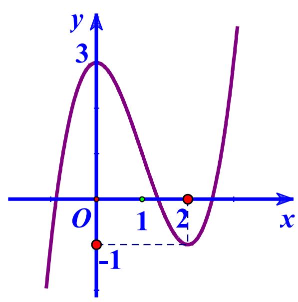
A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

$y'=4x^3-4(m+1)x \Rightarrow y'(1)=-4m$. Theo giả thiết: $-4m.\frac{1}{4}=-1 \Leftrightarrow m=1$

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?



A. $\max_{x\in[0;4]} f(x) = 3$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. $\min_{x\in[0;4]} f(x) = -1$.

Lời giải

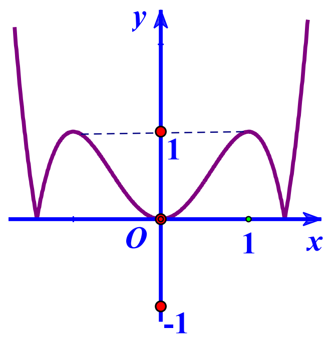
Chọn D

Câu 27. Các giá trị của tham số m để phương trình $x^2\left|x^2-2\right|=m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt là:

A. $0<m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A



Câu 28. Giả sử tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=2x^3-6x^2+18x+1$ song song với đường thẳng $(d):12x-y=0$ có dạng là $y=ax+b$. Khi đó tổng $a+b$ là:

A. 15. **B.** -27. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $y'=6x^2-12x+18$.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d):12x-y=0$ nên có hệ số góc là

$y'=12 \Leftrightarrow 6x^2-12x+18=12 \Leftrightarrow 6(x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$

$x=1 \Rightarrow y=15 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y-15=12(x-1) \Leftrightarrow y=12x+3 \Rightarrow a+b=15$

Câu 29. Cho hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+4m^2$ (1). Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3,x_4 thoả mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=6$ là:

Lời giải

Chọn A

A. $m=\frac{1}{4}$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{4}$. **D.** $m\ge-\frac{1}{4}$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) và trục hoành là:

$x^4 - 2(2m+1)x^2 + 4m^2 = 0 \;\; (2)$

Đặt $t = x^2\,(t \geq 0)$. Phương trình (2) trở thành $t^2 - 2(2m+1)t + 4m^2 = 0 \;\; (3)$

Đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow pt(3)$ có 2 nghiệm dương phân biệt $0 < t_1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+1 > 0 \\ 4m^2 > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m \neq 0 \;\; (*)$$

Khi đó các nghiệm của phương trình (2) là $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$. Theo giải thiết ta có

$$\left(-\sqrt{t_2}\right)^2 + \left(-\sqrt{t_1}\right)^2 + \left(\sqrt{t_1}\right)^2 + \left(\sqrt{t_2}\right)^2 = 6 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$$

Theo định lí Viet $t_1 + t_2 = 2(2m+1) \Rightarrow 2(2m+1) = 3 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm thuộc đồ thị (C) mà tiếp tuyến với đồ thị tại chúng là hai đường thẳng song song?

A. Không tồn tại cặp điểm nào. **B.** 1.

C. 2. **D.** Vô số cặp điểm.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(x_1; y_1) \in (C), B(x_2; y_2) \in (C)$.

Tiếp tuyến tại các điểm A và B song song khi $y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow 3x_1^2 - 6x_1 + 2 = 3x_2^2 - 6x_2 + 2$

$$\Leftrightarrow 3\left(x_1^2 - x_2^2\right) - 6(x_1 - x_2) = 0 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - 6 = 0\,(x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$$

Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow I(1-5)$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$$

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{\left(x_1^3 + x_2^3\right) - 3\left(x_1^2 + x_2^2\right) + 2(x_1 + x_2) - 10}{2}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) - 3\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] + 2(x_1 + x_2) - 10}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{2} == -5$$

Suy ra A và B luôn đối xứng với nhau qua điểm uốn $I(1-5)$

Vậy có vô số cặp điểm thoả mãn bài ra.

Câu 31. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 6x^2 - 5$ tại điểm cực tiểu của nó.

A. $y=5$. **B.** $y=-5$. **C.** $y=0$. **D.** $y=x+5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-4x^3+12x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+12x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $M(0;-5)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(0;-5)$ là $y=y(0)(x-0)-5 \Rightarrow y=-5$

Câu 32. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số nào dưới đây nằm trên đường thẳng $(d): y=x$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Đáp án A suy ra $I(-3;2)\notin(d)$

Đáp án B suy ra $I(1;1)\in(d)$

Đáp án C suy ra $I(-2;2)\notin(d)$

Đáp án D suy ra $I(-3;0)\notin(d)$

Câu 33. Có tất cả bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

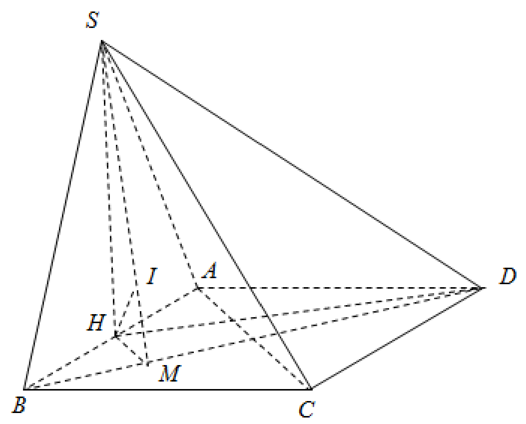
Chọn B

Có tất cả 5 loại khối đa diện đều đó là loại $\{3;3\};\{3;4\};\{4;3\};\{3;5\};\{5;3\}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $d=\dfrac{3a}{4}$. **B.** $d=\dfrac{2a}{3}$. **C.** $d=\dfrac{3a}{5}$. **D.** $d=\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải



Chọn B

Gọi H là trung điểm của AB.

Kẻ HM vuông góc với BD $(M\in BD)$.

Dựng $HI\perp SM$ khi đó $d=2HI$.

Ta có: $HD=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=a$, $HM=\frac{1}{4}AC=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

$\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HM^2}\Rightarrow HI=\frac{a}{3}\Rightarrow d=\frac{2a}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y=x+m$. Các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt là:

A. $m>2$. **B.** $m<6$. **C.** $m=2$. **D.** $m<2$ hoặc $m>6$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+3}{x+2}=x+m\Leftrightarrow x^2+mx+2m-3=0\ (1)$.

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt và 2 nghiệm đó phải khác -2:.

$\Delta=m^2-8m+12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<2\\m>6\end{array}\right.$.

Câu 36. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Để đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm A, B, C sao cho B là trung điểm của AC thì giá trị của tham số m là:

A. $m=-2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$. **D.** $-4<m<0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $(C): y=x^3+3x^2+m$ có 2 cực trị $M(0;m), N(-2;m+4)$.

Để đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm A, B, C sao cho B là trung điểm của AC thì trung điểm của 2 cực trị phải nằm trên Ox, tức là: $\frac{m+m+4}{2}=0\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 37. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x=m^2+m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-2<m<1$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $m<1$. **D.** $m>-21$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^3-3x=m^2+m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x$ và đường thẳng $d: y=m^2+m$. Số giao điểm của d và (C) là số nghiệm của phương trình đã cho.

Xét hàm số $y=x^3-3x$ có $y'=3x^2-3, y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$. Hàm số có:

$y_{CD}=y(-1)=2; y_{CT}=y(1)=-2$.

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

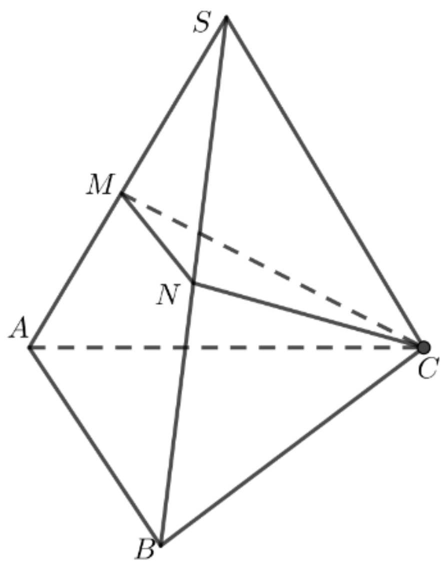
$$\Leftrightarrow -2 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 2 < 0 \\ m^2 + m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 1.$$

Câu 38. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB. Tỉ số $\dfrac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAB}}$ là:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



$$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4}.$$

Câu 39. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2AD = 3AA' = 6a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. $36a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $27a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D' : V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA' = 6a.3a.2a = 36a^3$

Câu 40. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $DA = BC = 5, AB = 3, AC = 4$. Biết DA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = 10$. **B.** $V = 20$. **C.** $V = 30$. **D.** $V = 40$.

Lời giải

Chọn A

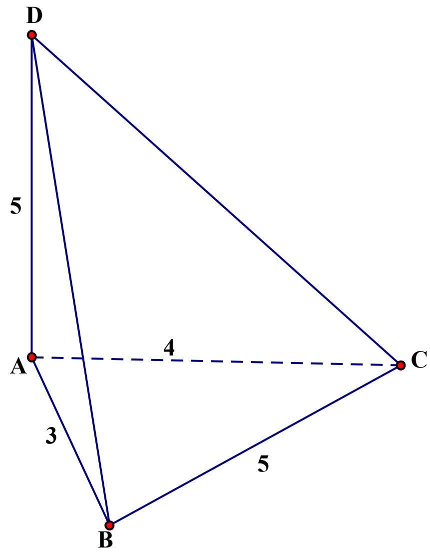
Ta thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2 = 25 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Diện tích tam giác ABC là:

$S = \frac{1}{2}.AB.AC = 6.$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$

$V = \frac{1}{3}.DA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.5.6 = 10.$



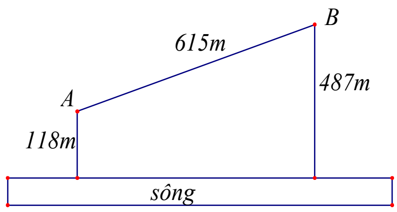
Câu 41. Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

A. $569,5m$.

B. $671,4m$.

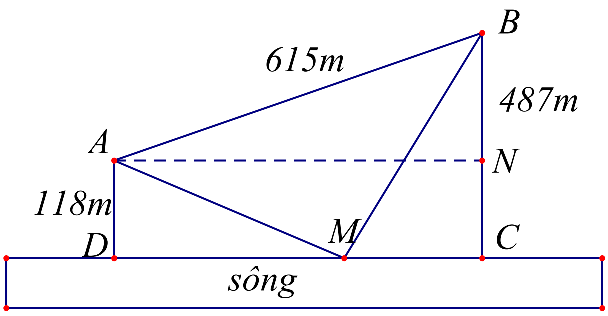
C. $779,8m$.

D. $741,2m$



Lời giải

Chọn C



• Kẻ $AN \perp BC$. Tính được $DC = AN = \sqrt{615^2 - (487 - 118)^2} = 492m$.

• Gọi M là điểm trên bờ sông CD. Đặt $MD = x(m) \Rightarrow MC = 492 - x(m)$, với $0 < x < 492(m)$.

• Đoạn đường người đó cần đi: $AM + MB = \sqrt{118^2 + x^2} + \sqrt{487^2 + (492 - x)^2}$.

Đặt $f(x) = \sqrt{118^2 + x^2} + \sqrt{487^2 + (492 - x)^2} \geq \sqrt{(118 + 487)^2 + (x + 492 - x)^2} \approx 779,8m$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{118}{487} = \frac{x}{492 - x} \Leftrightarrow x \approx 95,96(m)$

• Vậy đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là $779,8m$.

*** Ghi chú: Áp dụng Bất đẳng thức Minkowski:** $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$

Câu 42. Số cạnh của khối bát diện đều là:

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

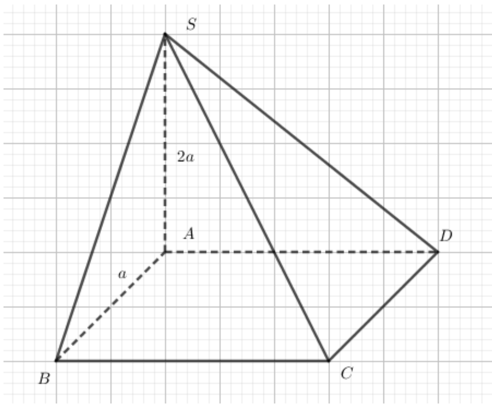
Chọn D

Câu này thuộc về lĩnh vực lý thuyết, các em học sinh cần nắm và thuộc bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{5}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Chọn B

ΔABC vuông tại B nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}a.a=\frac{a^2}{2}$

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp(ABC)$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.2a=\frac{a^3}{3}$

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E,F lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AD. Thể tích của khối chóp $S.AECF$ là:

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Hạ $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp(AECF)$

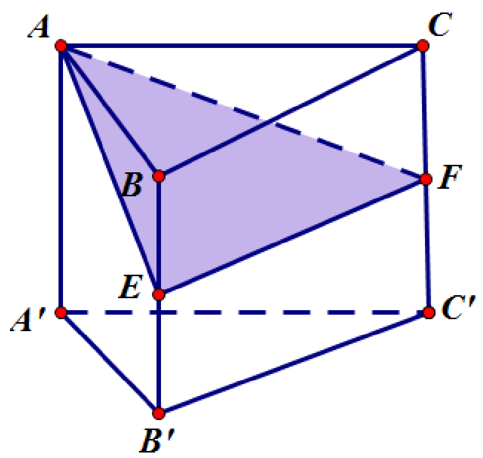
Xét hình bình hành $ABCD$: có $S_{ACE}=S_{BEC}=S_{CFA}=S_{FCD}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$

Nên $S_{AECF}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AECF}} = \dfrac{S_{ABCD}}{S_{AECF}} = 2$.

Vậy: $V_{S.AECF} = \dfrac{V}{2}$

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng (AEF) chia khối lăng trụ thành 2 phần có thể tích V_1, V_2 như hình vẽ.



Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $V_{ABC.A'B'C'} = V$

Ta có $S_{BCC'B'} = 2S_{BCFE} \Rightarrow V_{A.BCFE} = \dfrac{1}{2}V_{A.BCC'B'}$

Mà $V_{ABCC'B'} = V_{ABC/A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V - \dfrac{1}{3}V = \dfrac{2}{3}V$ suy ra $V_1 = V_{ABCFE} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}V = \dfrac{1}{3}V$

Và $V_2 = V - V_1 = \dfrac{2}{3}V$

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $3a^3$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

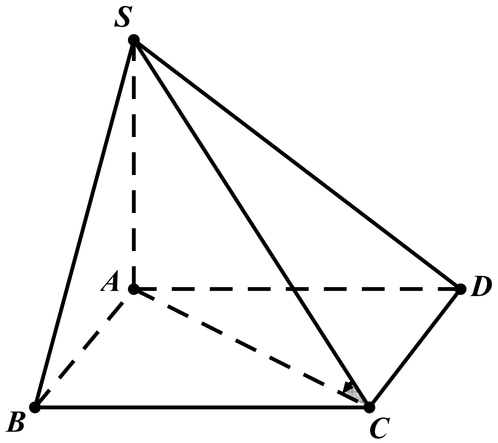
Lời giải

Chọn D

Góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA}=45^0$

Ta có $\tan 45^0=\frac{SA}{AC}\Rightarrow SA=\sqrt{AB^2+AD^2}\tan 45^0=a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S,ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

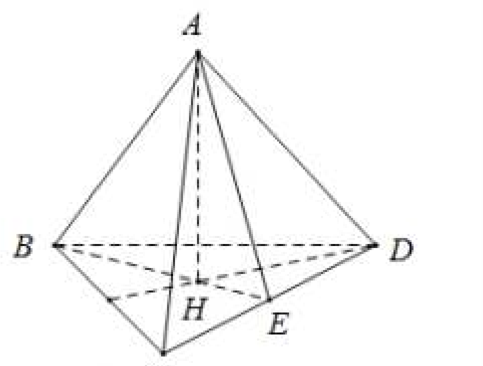


Câu 47. Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD thì $SH\perp(ABC)$.

Gọi E là trung điểm của CD.

$BH=\frac{2}{3}BE=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$S_{\triangle BCD}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V=\frac{1}{3}.AH.S_{\triangle BCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 48. Số đỉnh của khối bát diện đều là:

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Số đỉnh của khối bát diện đều là 6.

Câu 49. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và BC là

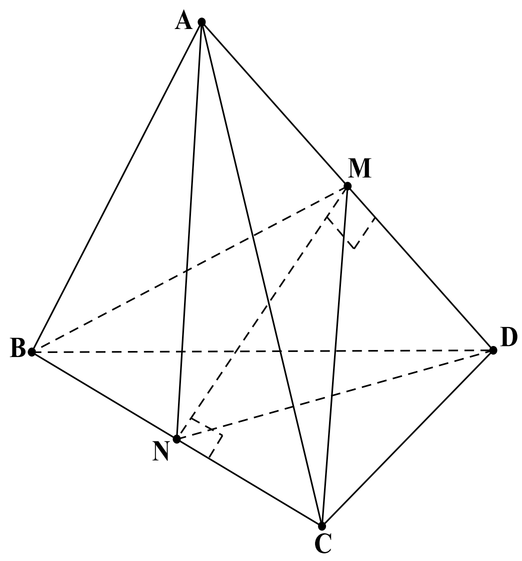
A. $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

+ Gọi $M,\ N$ lần lượt là trung điểm của $AD,\ BC$. Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $\Delta NAD,\ \Delta MBC$ lần lượt cân tại N, M.

Do đó $MN\perp AD, MN\perp BC \Rightarrow MN$ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau AD, BC.



Ta có $BM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$MN=\sqrt{BM^2-BN^2}=$

$=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M,N,P,Q lần lượt là trung điểm các cạnh $SA,SB,SC,SD.$ Tỉ số $\dfrac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là:

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{16}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H,H' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S lên $mp(ABCD), mp(MNPQ)$.

Ta có $\dfrac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{\frac{1}{3}S_{MNPQ}.SH'}{\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH}=\dfrac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}}.\dfrac{SH'}{SH}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}.$