

Câu 1: Cho hình tròn tâm S , bán kính $R = 2$. Cắt đi $\frac{1}{4}$ hình tròn rồi dán lại để tạo ra mặt xung quanh của hình nón. Tính diện tích toàn phần của hình nón đó.

A. $\frac{21\pi}{4}$.

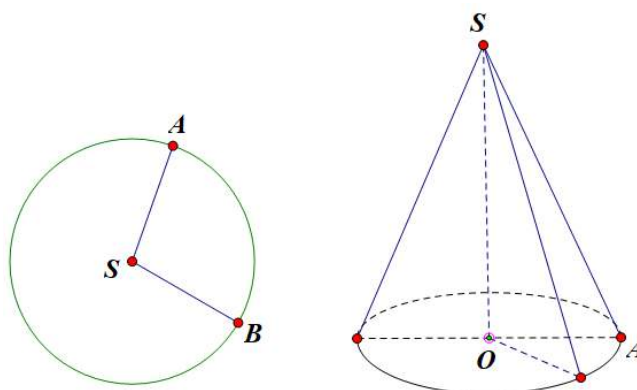
B. $(3+4\sqrt{3})\pi$.

C. $(3+2\sqrt{3})\pi$.

D. 3π .

Lời giải

Chọn A



Đường tròn $(S; R)$ có

+ Chu vi hình tròn $(S; R)$ là: $C = 4\pi$.

+ Diện tích hình tròn $(S; R)$ là: $S = 4\pi$

Khi cắt $\frac{1}{4}$ hình tròn rồi dán lại để tạo ra mặt xung quanh của hình nón, ta có:

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = \frac{3}{4}S = 3\pi$

Chu vi đáy của hình nón là $C_{(N)} = AB = \frac{3}{4}C = 3\pi$

\Rightarrow bán kính đáy của hình nón là $r = \frac{3}{2}$. Vậy $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \frac{21\pi}{4}$

Câu 2: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC, CD . Thể tích khối tứ diện $CMND$ tính theo a là:

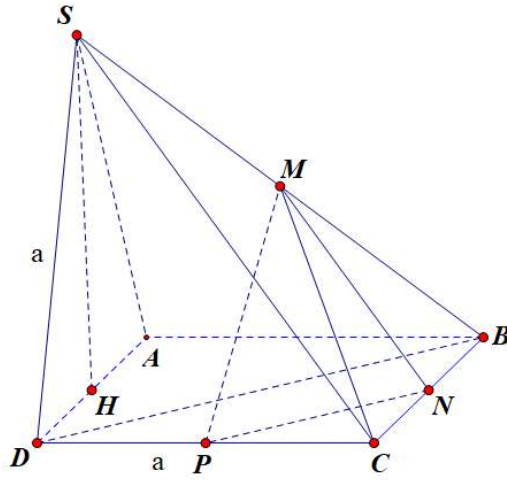
A. $\frac{a^2}{32}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{31}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{48}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{53}$.

Lời giải



Chọn C

$$\text{Ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } V_{M.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.BCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$$

$$\frac{V_{CMND}}{V_{CMBD}} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{CMND} = \frac{1}{2} V_{CMBD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$$

Câu 3: Tọa độ giao điểm M có hoành độ âm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+5}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ là:

A. $M(-1; -2)$.

B. $M(-2; -4)$.

C. $M(-1; -2), M\left(\frac{5}{2}; 5\right)$.

D. $M\left(-\frac{5}{2}; -5\right)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+5}{x-1} = 2x \Rightarrow 2x^2 - 2x = x+5 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (TM) \\ x = \frac{5}{2} (L) \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow M(-1; -2)$$

Câu 4: Hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x + a}{x-3}$ có giá trị cực tiểu là m và giá trị cực đại là M . Để $m - M = 4$ thì giá trị của a bằng:

A. 1.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ} : D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

Ta có $y' = \frac{-x^2 + 6x - 6 - a}{(x-3)^2}$. Đặt $g(x) = -x^2 + 6x - 6 - a$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu \Leftrightarrow PT $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0 \\ a \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow a < 3 \quad (*)$$

Khi $a < 3$, Phương trình qua điểm cực đại, cực tiểu là $y = -2x + 2$.

Giả sử $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) là 2 nghiệm của PT $g(x) = 0$

x	$-\infty$		x_1		3		x_2	$+\infty$
y'		-	0	+		+	0	-
y		↘ CT		↗			↘ CĐ	↘

Ta có: $m = -2x_1 + 2$; $M = -2x_2 + 2$.

Ta có $m - M = 4 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow 36 - 4(6 + a) = 4 \Leftrightarrow a = 2$ (TM)

Câu 5: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : y = -6x + 1$ là

A. $y = 6x + 10$.

B. $y = -6x + 1$.

C. $y = -6x + 6$.

D. $y = -6x + 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$ song song với đường thẳng $d : y = -6x + 1$ nên:

$$\Rightarrow k = f'(x) = -6$$

$$\Leftrightarrow -4x^3 - 2x = -6 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4.$$

Phương trình tiếp tuyến tại $(1; 4)$ là:

$$y = -6(x - 1) + 4 \Leftrightarrow y = -6x + 10.$$

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{-x+6}{x-1}$ trên $[a;b] \subset (-\infty;1)$ là

- A. $f(10)$. B. $f(2)$. **C. $f(b)$.** D. $f(a)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in [a;b]$$

Nên hàm số $y = f(x) = \frac{-x+6}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng $[a;b] \subset (-\infty;1)$.

$$\Rightarrow f(a) > f(b).$$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị đi qua điểm $A(2; 3)$.
B. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ có hệ số góc bằng 1.
 C. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = -1.$$

Từ đó suy ra **B** sai.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1;0) \cup (1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

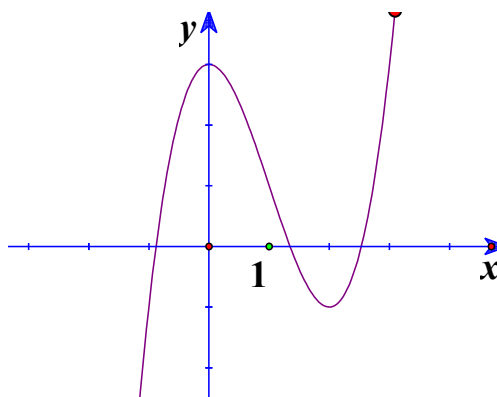
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án **D**.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có một nghiệm dương khi giá trị m là:

A. $m > 0$.

B. $m > -2$.

C. $m > -2 \cup m < 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn D

$$x^3 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3 = -m + 3 \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = -m$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình (1) có một nghiệm dương khi và chỉ khi

$$-m + 3 > 3 \Leftrightarrow m < 0$$

Câu 10: Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

A. $(1;+\infty)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				3				$+\infty$
			↘		↗		↘		↗
			2				2		

Dựa vào bảng biến thiên thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

- Câu 11.** Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + 1$. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
- A. $\{0\}$. B. $(-1; +\infty)$. C. $\{2\}$. **D. $\{1\}$.**

Lời giải

Chọn D

+) $y' = -x^2 + 2x + m$

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

+) Khi $m > -1$, ta có hoành độ cực trị x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Theo Viet ta

có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 6 \Leftrightarrow 4 + 2m = 6 \Leftrightarrow m = 1$.

- Câu 12.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ có hai điểm cực trị B, C sao cho tam giác ABC vuông tại $A(2; 2)$.
- A. $m = 2$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. **D. $m = 1$.**

Lời giải

Chọn D

+, Ta có $y' = 3x^2 - 3m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

+, Khi $m > 0$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{m}$. Tọa độ các cực trị là

$B(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m} + 1); C(\sqrt{m}; -2m\sqrt{m} + 1)$.

$\overline{AB} = (-\sqrt{m} - 2; -2m\sqrt{m} - 1); \overline{AC} = (\sqrt{m} - 2; 2m\sqrt{m} - 1)$.

Để tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$

$\Leftrightarrow (-\sqrt{m} - 2)(\sqrt{m} - 2) + (2m\sqrt{m} - 1)(-2m\sqrt{m} - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

- Câu 13:** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và $y = x^2 - x - 1$

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Câu 14: Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)'}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+1}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 15: Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$.

B. $y = \frac{2-x}{x^2+2x-3}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x+5}$.

D. $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-6x+8}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \sqrt{x^2 - x + 1}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x + 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - x + 1} = +\infty$$

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 16: Nồng độ c của một chất hóa học sau thời gian t xảy ra phản ứng xúc tác được xác định bằng

công thức $c(t) = \frac{6}{1+2e^{-2t}}, t \geq 0$. Hãy chọn mệnh đề đúng?

A. Nồng độ c ngày càng tăng.

B. Trong khoảng thời gian đầu nồng độ c tăng, sau đó giảm.

C. Trong khoảng thời gian đầu nồng độ c giảm, sau đó tăng.

D. Nồng độ c ngày càng giảm.

Lời giải

Chọn A

$$c'(t) = \frac{24e^{-2t}}{(1+2e^{-2t})^2} > 0, \forall t \geq 0 \text{ suy ra hàm số đồng biến trên } [0; +\infty)$$

nên c ngày càng tăng.

Câu 17: Với giá trị thực của m thì đồ thị hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (1-2m)x - 1$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

A. $m < -2$.

B. $\begin{cases} m < -1 \cup m > 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

C. $m > 2$.

D. $\begin{cases} -1 < m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3mx^2 + 6mx - (1-2m)$$

Theo yêu cầu bài toán : $\begin{cases} m \neq 0 \\ 9m^2 + 3m - 6m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < -1 \vee m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 0$.

Đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu là : $y = -\frac{2}{3}(1-2m)x - 2mx - \frac{2}{3} - \frac{2m}{3}$

Theo yêu cầu bài toán : $y_1 y_2 < 0$

$$\Leftrightarrow \left[-\frac{2}{3}(1-2m)x_1 - 2mx_1 - \frac{2}{3} - \frac{2m}{3} \right] \left[-\frac{2}{3}(1-2m)x_2 - 2mx_2 - \frac{2}{3} - \frac{2m}{3} \right] < 0$$

$$\Leftrightarrow \left[-\frac{2}{3}(1+m)x_1 - \frac{2}{3} - \frac{2m}{3} \right] \left[-\frac{2}{3}(1+m)x_2 - \frac{2}{3} - \frac{2m}{3} \right] < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9}(1+m)^2 x_1 x_2 + \left(\frac{2}{3} + \frac{2m}{3} \right)^2 - \frac{2}{3}(1+m) \left(\frac{2}{3} + \frac{2m}{3} \right) x_1 x_2 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9}(1+m)^2 \cdot \frac{2m-1}{3m} + \left(\frac{2}{3} + \frac{2m}{3} \right)^2 - \frac{2}{3}(1+m) \left(\frac{2}{3} + \frac{2m}{3} \right) \cdot \frac{2m-1}{3m} < 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1) \left(\frac{4m^2}{9} + \frac{4}{3} \right) < 0 \Leftrightarrow m < -1.$$

Vậy $\begin{cases} m < -1 \cup m > 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M là trung điểm SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại P và Q . Khi đó $\frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

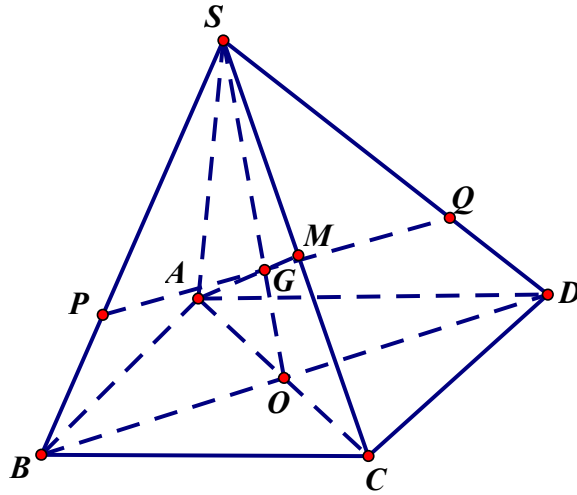
B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\frac{V_{S.APMQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SAPM}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SAQM}}{V_{SACD}} = \frac{SP}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} + \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}.$$

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14$, $BC = 6$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC , BD và $MN = 8$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

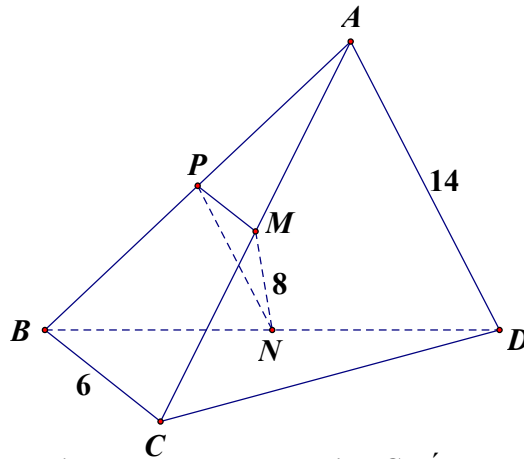
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (ABC) từ M kẻ MP song song với BC cắt AB tại P với P là trung điểm của AB .

Khi đó góc giữa hai đường thẳng BC và MN chính là góc giữa hai đường thẳng MP và MN .

Đó là góc $\widehat{PMN} = \alpha$.

Vì PM là đường trung bình của tam giác ABC nên $PM = \frac{BC}{2} = 3$.

Vì PN là đường trung bình của tam giác ABD nên $PN = \frac{AD}{2} = 7$.

Xét tam giác MNP ta có:

$$PN^2 = MP^2 + MN^2 - 2MP \cdot MN \cdot \cos \widehat{PMN}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{PMN} = \frac{3^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{1}{2} \text{ nên } \widehat{PMN} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \sin \widehat{PMN} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Biết SA vuông góc với đáy, mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp và khoảng cách từ B đến (SAC) được tính theo a lần lượt là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}, 3a$.

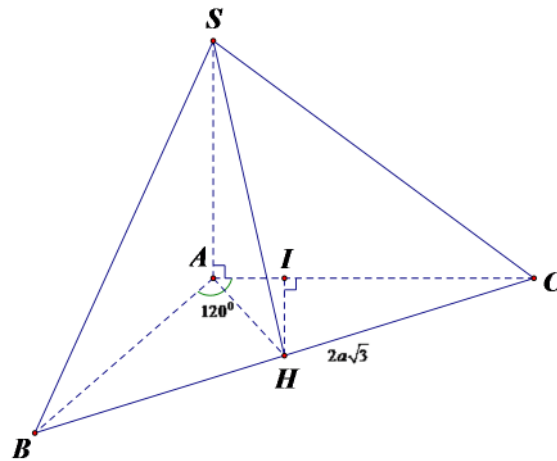
B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}, a\sqrt{3}$.

C. $a^3\sqrt{3}, 3a$.

D. $\frac{a^3}{3}, a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC thì AH là đường cao trong tam giác cân ABC .

Xét tam giác ABH vuông tại H ta có:

$$AH = BH \cdot \tan \widehat{ABH} = a\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = a.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$$

Vì SH là đường cao trong tam giác đều SBC nên $SH = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Xét tam giác SAH vuông tại A ta có:

$$SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên } \frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} = 2 \Rightarrow d(B, (SAC)) = 2 \cdot d(H, (SAC)).$$

Tính khoảng cách từ H đến (SAC) .

Từ H kẻ $HI \perp AC$ tại I .

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ mà $HI \subset (ABC)$ nên $HI \perp SA$.

Ta suy ra $HI \perp (SAC)$ hay $d(H, (SAC)) = HI$.

Xét tam giác AHC vuông tại H ta có:

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = 2HI = a\sqrt{3}.$$

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$:

A. $y' = x \cdot 6^{x-1}$. B. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. **C. $y' = 6^x \cdot \ln 6$.** D. $y' = 6^x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = (a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

$$(6^x)' = 6^x \ln 6.$$

Câu 22: Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$, $c = \log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

A. $\frac{1+2ac}{1+2c+abc}$. B. $\frac{1-2ac}{1-2c-abc}$. C. $\frac{1-2ac}{1+2c+abc}$ D. $\frac{1+2ac}{1-2c+abc}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_{140} 63 = \frac{\log_7 63}{\log_7 140} = \frac{1 + 2 \log_7 3}{1 + 2 \log_7 2 + \log_7 5} = \frac{1 + 2 \log_7 2 \cdot \log_2 3}{1 + 2 \log_7 2 + \log_7 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 5}.$$

Casio :

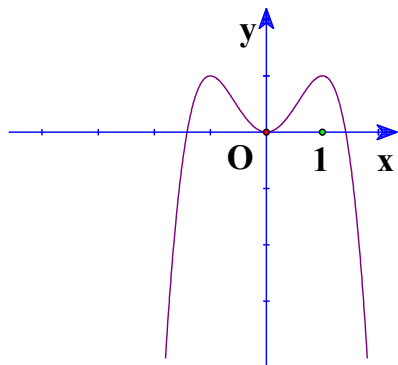
Nhập $\log_2 3$ shift STO A

Nhập $\log_3 5$ shift STO B

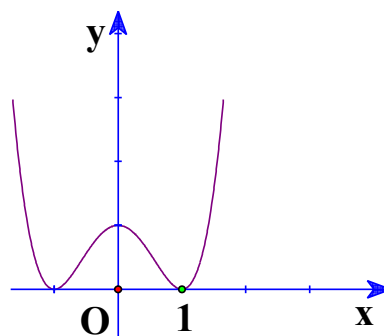
Nhập $\log_7 2$ shift STO C

Nhập $\log_{140} 63 - \frac{1+2AC}{1+2C+ABC} = 0$ **Đáp án A.**

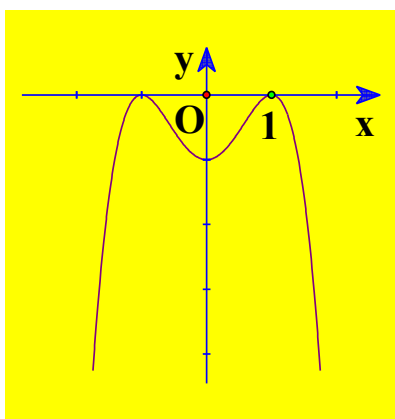
Câu 23: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ có dạng:



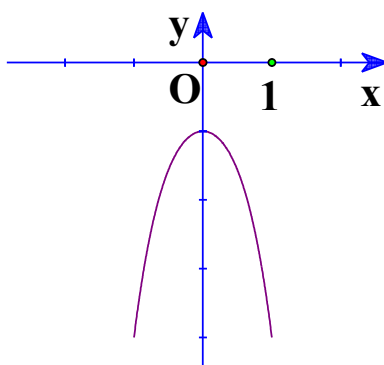
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $a = -1 < 0 \Rightarrow$ phần cuối đồ thị hàm số đi xuống.

$ab = -2 < 0 \Rightarrow$ hàm số có 3 điểm cực trị.

$c = -1 < 0 \Rightarrow$ giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy là $(0; -1)$.

Câu 24: Hàm số $y = x^4 - x^2 - 1$ đạt cực đại tại:

A. $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 4x^3 - 2x$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

$y'' = 12x^2 - 2$. $y''(0) = -2$; $y''\left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4$.

$y''(0) < 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực đại.

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $3^x + 3^{x-1} + 3^{x+2} = 31$ là:

A. 2.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$3^x + 3^{x-1} + 3^{x+2} = 31 \Leftrightarrow 3^x + 3^x \cdot 3^{-1} + 3^x \cdot 3^2 = 31 \Leftrightarrow 3^x + \frac{1}{3} \cdot 3^x + 9 \cdot 3^x = 31 \Leftrightarrow \frac{31}{3} \cdot 3^x = 31$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 26: Tìm M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $M = \frac{13}{2}; m = -6.$ **B.** $M = \frac{25}{4}; m = 6.$ **C.** $M = \frac{13}{2}; m = 6.$ **D.** $M = \frac{13}{2}; m = \frac{25}{4}.$

Lời giải

Chọn C

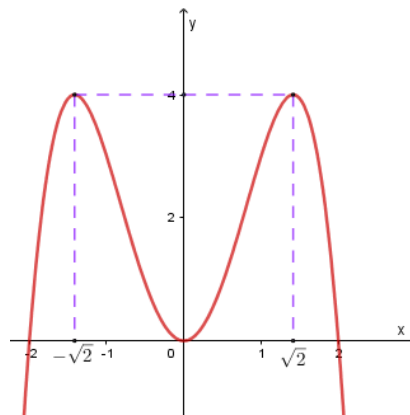
Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(n) \\ x = -3(l) \end{cases}$$

$$f(2) = \frac{13}{2}; f(3) = 6; f(4) = \frac{25}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất $M = \frac{13}{2}$; giá trị nhỏ nhất $m = 6$

Câu 27: Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2.$ **B.** $y = -x^4 - 2x^2.$ **C.** $y = -x^4 + 4x^2.$ **D.** $y = x^4 - 3x^2.$

Lời giải

Chọn C

Do đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị trong đó 2 điểm cực đại có tọa độ $(\pm\sqrt{2}; 4)$, nên chỉ có hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ thỏa mãn.

Câu 28: Cho khối nón có đường sinh l , chiều cao h và bán kính đáy r . Diện tích toàn phần của khối nón là

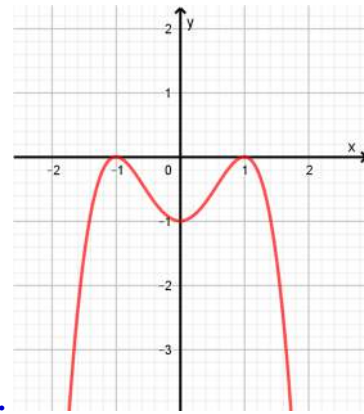
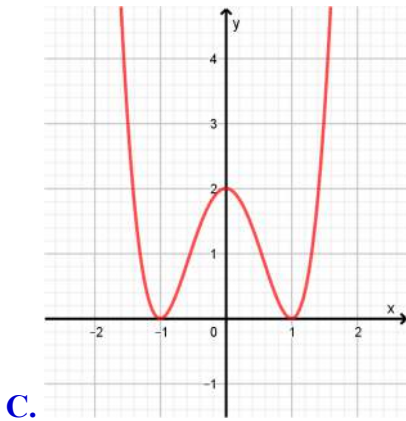
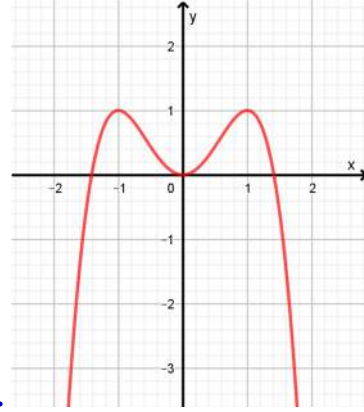
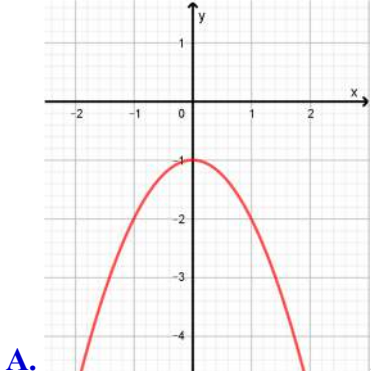
- A. $S_{tp} = \pi r l + 2\pi r$. B. $S_{tp} = \pi r^2 + 2\pi r$. **C. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.** D. $S_{tp} = \pi r h + 2\pi r$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần của khối nón có công thức là $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$

Câu 29: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có dạng



Lời giải

Chọn D

Vì hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có $a = -1$ nên loại đáp án C, $c = 0$ nghĩa là $y(0) = 0$ nên loại A, D.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ là đồ thị trong đáp án D.

Câu 30: Cho các phát biểu sau:

(1) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$.

(2) Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (1) và (2) đều đúng. B. (1) sai, (2) đúng. **C. (1) và (2) đều sai.** D. (1) đúng, (2) sai.

Lời giải

Chọn C

Phát biểu (1) sai. Ví dụ: Hàm $y = f(x) = |x|$ đạt cực trị tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại $x = 0$.

Phát biểu (2) sai. Ví dụ : Hàm $y = f(x) = x^3$ có $f'(0) = 0$ nhưng $f(x)$ không đạt cực trị tại $x = 0$.

Câu 31: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định là

- A.** $-2 < m < 2$. **B.** $-2 \leq m \leq 2$. **C.** $-2 \leq m \leq 1$. **D.** $-2 < m \leq 1$.

Lời giải**Chọn A.**

Hàm số dạng bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị. Điều kiện: $x \neq -m \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{m(x+m) - (mx+4)}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2} = \frac{(m-2)(m+2)}{(x+m)^2}.$$

Để hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định, $y' \leq 0 \forall x \in D(*)$

Chú ý: dấu bằng của (*) chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow (m-2)(m+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Câu 32: Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Khi đó

- A.** $x_1 + 2x_2 = -1$. **B.** $x_1 x_2 = -1$. **C.** $2x_1 + x_2 = 0$. **D.** $x_1 + x_2 = -2$.

Lời giải**Chọn A.**

Đặt $3^x = t > 0$. Khi đó $3^{2x+1} = 3 \cdot 3^{2x} = 3t^2$.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 = 3^0 \\ t = \frac{1}{3} = 3^{-1} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}. \text{ Do } x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 0.$$

$$\text{Vậy } x_1 + 2x_2 = -1.$$

Câu 33: Cho $4^x + 4^{-x} = 14$. Tính $I = 2^x + 2^{-x}$

- A.** $I = 4$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = 12$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow 2^{2x} + 2^{-2x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4$
(vì $2^x + 2^{-x} > 0$).

Câu 34: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là \mathbb{R} .

B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là \mathbb{R} .

D. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn A

B. Sai, vì Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là \mathbb{R} .

C. Sai, vì Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $(0; +\infty)$.

D. Sai, vì tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.

Câu 35: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3^x + 4^x = 5^x$

B. $2^x + 3^x = 5^x$

C. $3^x + 4^x + 5^x = 3$

D. $3^x + 5^x = 0$

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy phương trình ở D có vế trái $3^x + 5^x > 0$ nên nó vô nghiệm.

Câu 36: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2)$ và tiếp xúc với đồ thị $(C): y = f(x)$ có dạng là

A. $y = k(x+1) - 2$

B. $y = k(x-1) + 2$

C. $y = k(x-1) - 2$

D. $y = k(1-x) - 2$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -2)$ và tiếp xúc với đồ thị $(C): y = f(x)$ là $y = f'(1)(x-1) - 2$ nên có dạng như ở phương án C.

Câu 37: Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

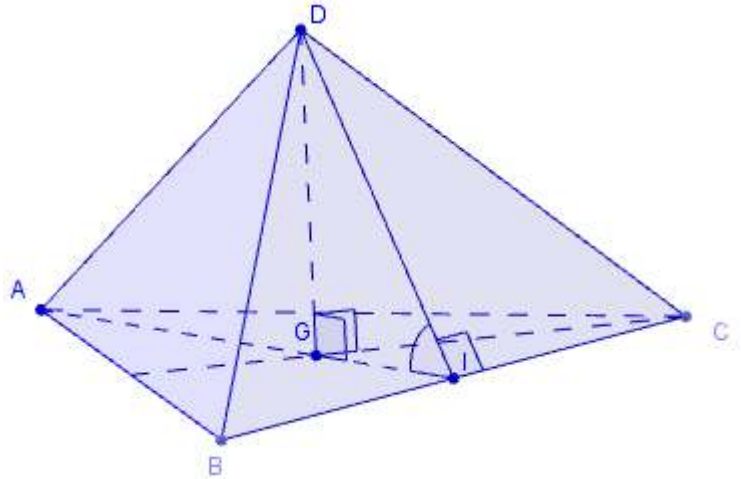
Tứ diện đều $\Rightarrow DG \perp (ABC)$, ABC là tam giác đều.

$$S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$AG = \frac{AB \sqrt{3}}{3} = a.$$

$$DG = \sqrt{AD^2 - AG^2} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} DG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}.$$



Câu 38: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{36}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{18}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

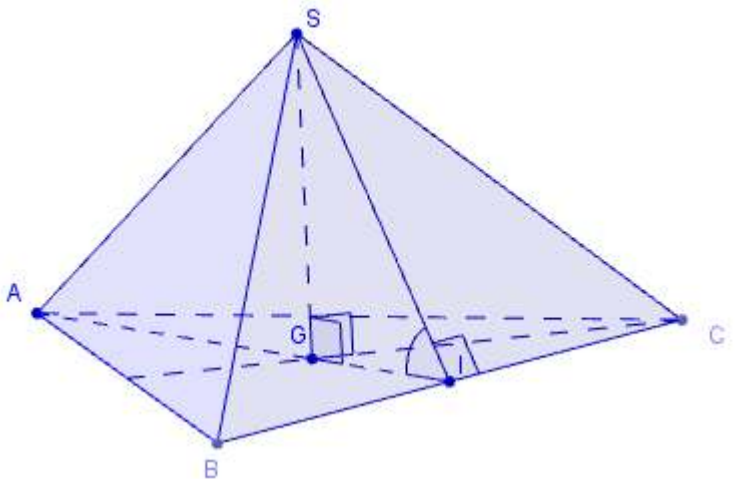
Tứ diện đều $\Rightarrow SG \perp (ABC)$, ABC là tam giác đều.

$$S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$AG = \frac{AB \sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AG)} = \widehat{SAG} = 30^\circ$$

$$SG = AG \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$



$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}.$$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $BD = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{5}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có: $SA \perp (ABCD)$,

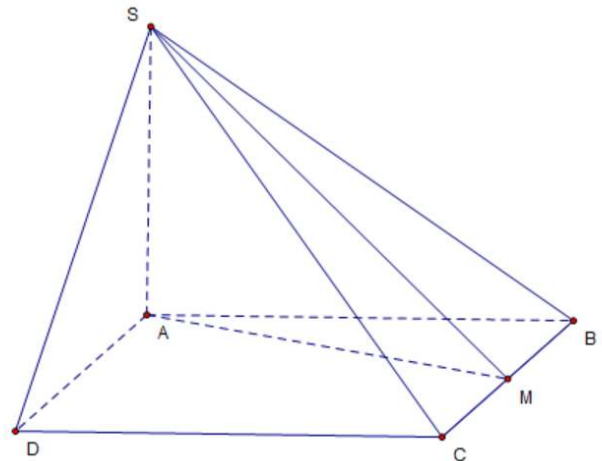
$$\left((SBC), (ABCD) \right) = \widehat{SMA}$$

$$\Rightarrow \widehat{SMA} = 60^\circ$$

Ta có: $BD = AB\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Tam giác ABC đều $\Rightarrow AM = \frac{a}{2}$

$$SA = AM \tan \widehat{SMA} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}, V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{12}.$$



Câu 40: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $6(cm)$ và diện tích hình tròn đáy bằng $\frac{3}{5}$ diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích khối nón.

A. $V = 288\pi (cm^3)$.

B. $V = 96\pi (cm^3)$.

C. $V = 48\pi (cm^3)$.

D. $V = 64\pi (cm^3)$.

Lời giải

Chọn B

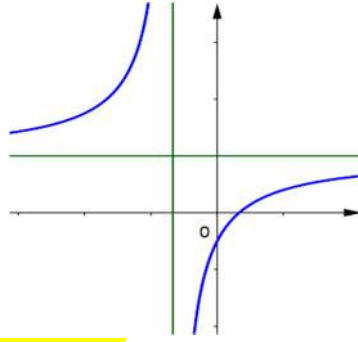
Gọi R, l, h lần lượt là bán kính, đường cao, đường sinh của hình nón.

Ta có: $R = 6(cm)$.

Ta có: $S_d = \frac{3}{5} S_{xq} \Rightarrow \pi R^2 = \frac{3}{5} \pi R l \Rightarrow l = \frac{5}{3} R \Rightarrow l = 10 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = 8(cm)$.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = 96\pi.$$

Câu 41: Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $ad < 0, ab < 0$. **B. $ad > 0, bd < 0$.** C. $bd < 0, ab > 0$. D. $ad > 0, ab < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu.

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow \frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ cùng dấu $\Rightarrow a, c, d$ cùng dấu $\Rightarrow ad > 0$ (1)

Giao điểm của đồ thị với trục tung $M\left(0; \frac{b}{d}\right) \Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b, d$ trái dấu $\Rightarrow bd < 0$ (2)

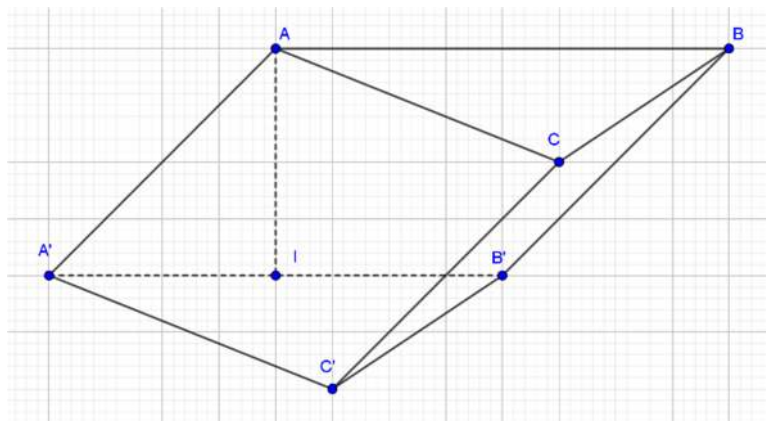
Từ (1) (2), ta chọn B.

Câu 42: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân cạnh huyền $A'C' = 2a$, hình chiếu A lên $(A'B'C')$ là trung điểm I của $A'B'$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

- A. $\frac{3a^3}{4}$. **B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.** C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có : $A'B' = \frac{A'C'}{2} = a\sqrt{2}$

Góc AA' và $(A'B'C')$ là $\widehat{A'AI} = 60^\circ$. Do đó $AI = A'I \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2.$$

$$V_{ABC'A'B'C'} = AI \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 43: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng

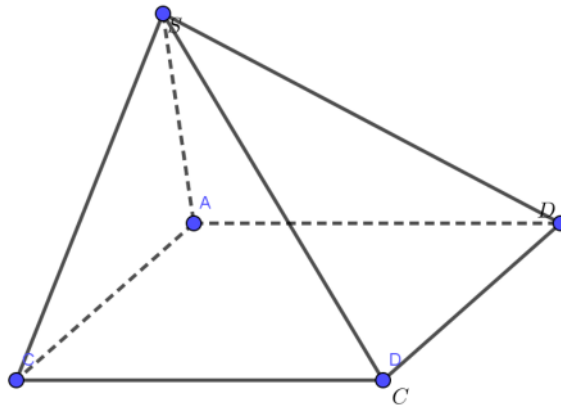
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Chọn A

Do đáy là hình thoi và góc $\widehat{B} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều. Vậy $S_{ABCD} = 2 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Thể tích hình nón đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là

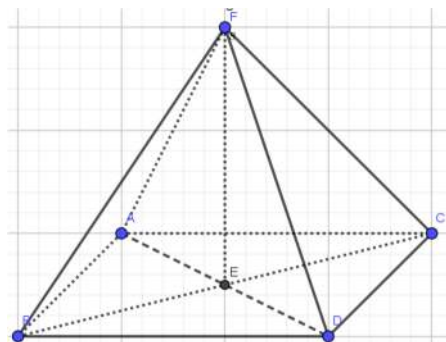
A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải



Chọn B

Do chóp đều nên $SA = AB$ mà $\widehat{SAB} = 60^\circ$ nên tam giác SAB đều. Vậy hình chóp có tất cả các cạnh bằng a .

$$\text{Diện tích đường tròn đáy } S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{\pi a^2}{2}.$$

$$\text{Độ dài đường cao } SH = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích nón là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\pi a^2}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

Câu 45: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận điểm $I(-3; 2)$ làm tâm đối xứng?

A. $y = \frac{1-2x}{x+3}$. **B.** $y = 2 + \frac{1}{x+3}$. C. $y = -3 + \frac{1}{x+3}$. D. $y = \frac{x+1}{2x+6}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: Hàm số $y = 2 + \frac{1}{x+3} = \frac{2x+7}{x+3}$ có tiệm cận đứng $x = -3$ và tiệm cận ngang $y = 2$ nên đồ thị hàm số nhận giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-3; 2)$ làm tâm đối xứng.

Câu 46: Rút gọn biểu thức $P = \frac{(x^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{x^{\sqrt{5}-2} \cdot x^{1-\sqrt{5}}}$ với $x > 0$ ta được.

A. $P = x^3$. **B.** $P = x^4$. C. $P = x$. **D.** $P = x^2$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } P = \frac{(x^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{x^{\sqrt{5}-2} \cdot x^{1-\sqrt{5}}} = \frac{x^{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}}{x^{\sqrt{5}-2+1-\sqrt{5}}} = \frac{x^{(\sqrt{5})^2-2^2}}{x^{-1}} = \frac{x^1}{x^{-1}} = x^2.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(-1; 2)$ là

A. $y = -8x + 10$. B. $y = -8x + 6$. **C.** $y = -8x - 6$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(-1; 2)$ là $y'(-1) = -8$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -8(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = -8x - 6$.

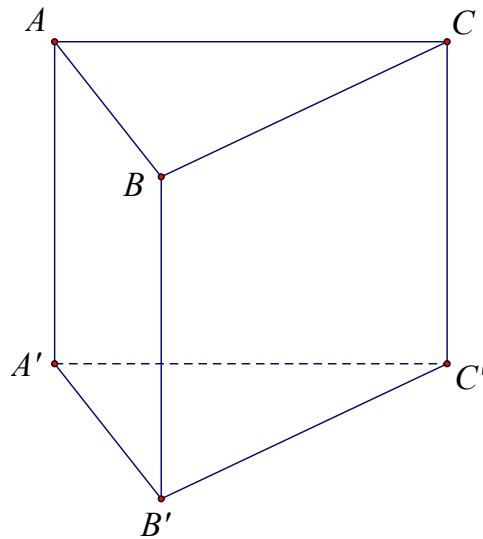
Câu 48: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $a^3\sqrt{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.



Lời giải

Chọn D

Ta có diện tích tam giác đáy là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, suy ra thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 49: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a\sqrt{2}$.

B. $l = a\sqrt{3}$.

C. $l = 2a$.

D. $l = a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $l = BC = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$.

Câu 50: Đạo hàm của hàm số $y = (2x+1)\ln(1-x)$ là

A. $2\ln(1-x) - \frac{2x+1}{1-x}$.

B. $2\ln(x-1)$.

C. $\frac{2x+1}{1-x}$.

D. $2\ln(1-x) + \frac{2x+1}{1-x}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (2x+1)' \cdot \ln(1-x) + (2x+1) \cdot (\ln(1-x))' = 2 \cdot \ln(1-x) + (2x+1) \cdot \frac{-1}{1-x} = 2 \ln(1-x) - \frac{2x+1}{1-x}.$$