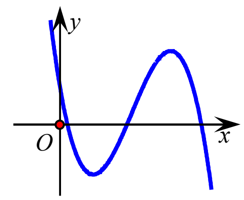
TRƯỜNG THCS NGUYỄN KHUYẾN

KIỂM TRA ĐỊNH KỲ 17-9-2017
MÔN : TOÁN – KHỐI 12
Thời gian làm bài: 90 phút (50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 103

Câu 1. Hàm số $y=-x^3+ax^2+bx+1$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. $b>0;c>0$. **B.** $b>0;c<0$.
C. $b<0;c<0$. **D.** $b<0;c>0$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Nhìn đồ thị ta thấy:
Nhánh cuối đi xuống $a<0$.
Hai điểm cực trị nằm cùng phía với Oy: $a;c$ cùng dấu $\Rightarrow c<0$.

Điểm uốn nằm bên phải $Oy \Rightarrow x_u=\dfrac{-b}{3a}>0 \Rightarrow -b;$a cùng dấu $\Rightarrow -b<0 \Rightarrow b>0$.

Cách 2:

Ta có : $y'=-3x^2+2bx+c$

Gọi $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $y'=0$

Nhìn đồ thị ta thấy:
Nhánh cuối đi xuống $a=-1<0$.

$$\begin{cases} x_1+x_2>0 \Leftrightarrow \dfrac{-2b}{-3}>0 \Leftrightarrow b>0 \\ x_1.x_2>0 \Leftrightarrow \dfrac{c}{-3}>0 \Leftrightarrow c<0 \end{cases}$$

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định có bảng biến thiên như hình bên. Tìm m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(2;\sqrt{3}\right)$?

x	$-\infty$		$\frac{m}{2}$		$3m$		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\nearrow$	$2 \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	3

A. $m=4$.

B. $m=\frac{2}{3}$.

C. $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=\frac{2}{3} \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} m=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ m=2\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT ta thầy đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $\left[\begin{array}{l} x=\frac{m}{2} \\ x=3m \end{array}\right.$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(2;\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{m}{2}=2 \\ 3m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=\frac{2}{3} \end{array}\right.$

Câu 3. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+5$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0);(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty;-1);(0;1)$.

D. Cực tiểu của hàm số bằng 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra phương án D sai.

Câu 4. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

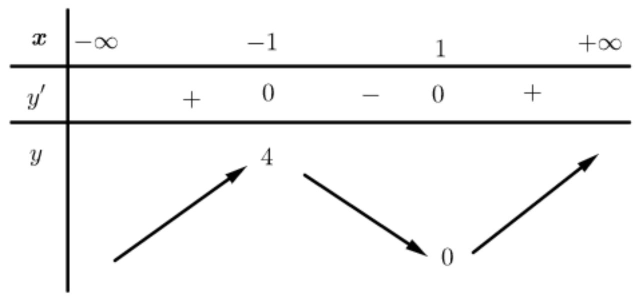
A. $y_{CD} = 4$. **B.** $y_{CD} = 1$. **C.** $y_{CD} = 0$. **D.** $y_{CD} = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 3,\quad y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên :



Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CD} = 4$.

Câu 5. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$, nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^3 + 2x = x\left(x^2 + 2\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

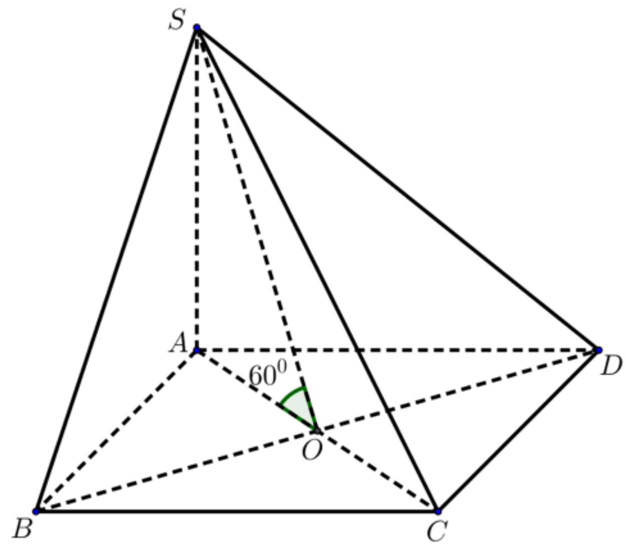
$y' < 0, \forall x \in (-\infty;0)$ và $y' > 0, \forall x \in (0;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$. Ta có $BD\perp SA,\ BD\perp AO\Rightarrow BD\perp(SAO)\Rightarrow BD\perp SO$.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ SO\subset(SBD),SO\perp BD\\ AO\subset(ABCD),AO\perp BD\end{cases}\Rightarrow$ góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ bằng góc giữa SO và AO và

bằng $\widehat{AOS}\Rightarrow\widehat{AOS}=60^0$

Tam giác SAO vuông tại A có $\widehat{AOS}=60^0, AO=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\Rightarrow SA=AO.\tan 60^0=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{\sqrt{6}}{2}a.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 7. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)x^2(x+2)^3(x+3)^4(x+4)^5$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

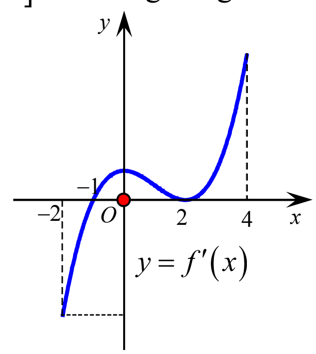
Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)x^2(x+2)^3(x+3)^4(x+4)^5=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-2 \\ x=-3 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Vì $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=-3$ và $x=0$ nên hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ là đường cong như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây sai?



A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;4)$

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$

D. Trên khoảng $(-1;4)$ hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

Trên khoảng $(-2;-1)$ ta có $f'(x)<0 \Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$

Trên khoảng $(1;4)$ ta có $f'(x)\ge 0 \Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;4)$

Ta có $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=-1$ nên hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Trên khoảng $(-1;4)$ ta có $f'(x)\ge 0 \Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị.

$\Rightarrow$ Đáp án D sai.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=x^3-mx^2+x+5$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $-\sqrt{3}\le m\le\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le-\sqrt{3} \\ m\ge\sqrt{3} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-\sqrt{3} \\ m>\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-2mx+1$ Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ thì

$y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 3 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge \sqrt{3} \\ m \le -\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{x-2m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. Đáp số là:

A. $-2 < m \le 1$. **B.** $-2 < m \le \dfrac{1}{2}$. **C.** $-2 < m < \dfrac{1}{2}$. **D.** $-2 \le m \le \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \dfrac{x+4}{x-2m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì điều kiện là

$y' = \dfrac{-2m-4}{(x-2m)^2} < 0, \forall x \ne 2m \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-4 < 0 \\ 2m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m < \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 11. Tìm khoảng cách d giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$

A. 20. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_{CD} = 0 \\ x_{CT} = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_{CD} = 3 \\ y_{CT} = -1 \end{array}\right.$.

Vậy ĐTHS có hai cực trị : $A(0;3); B(2;-1)$; $\overrightarrow{AB} = (2;-4) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = 2\sqrt{5}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + 2(m+2)x^2 + m^3$ có ba điểm cực trị:

A. $-2 \le m \le 1$. **B.** $m < -2$ hoặc $m > 1$. **C.** $-2 < m < 1$. **D.** $m \le -2$ hoặc $m \ge 1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

ĐTHS có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $(m-1)(m+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$. Đáp án C đúng.

Câu 13. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều

A. $m = -\sqrt[3]{3}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \sqrt[3]{3}$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn C

* *<u>Cách 1</u> (tính trực tiếp toạ độ các điểm cực trị)*

$+ D = \mathbb{R}$; $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

+ Điều kiện hàm số có 3 cực trị $m > 0$. Khi đó toạ độ của 3 điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 2m + m^4)$, $B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$, $C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$; luôn luôn có $AB = AC$ nên ΔABC luôn cân tại A.

+ ΔABC là tam giác đều khi $AB = BC$ $\Leftrightarrow AB^2 = BC^2$ $\Leftrightarrow m + m^4 = 4m$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0\ (loai) \\ m = \sqrt[3]{3}\ (nhan) \end{array}\right.$.

* *<u>Cách 2</u> (áp dụng công thức)*

"Đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có điểm cực trị tạo thành tam giác đều $\Leftrightarrow \dfrac{b^3}{a} = -24$" nên ta có $\dfrac{(-2m)^3}{1} = -24 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$

A. $M = 9$. **B.** $M = 8\sqrt{3}$. **C.** $M = 6$. **D.** $M = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0; \sqrt{3}] \\ x = -1 \notin [0; \sqrt{3}] \\ x = 1 \in [0; \sqrt{3}] \end{array}\right..$$

Tính giá trị $y(0) = 3$, $y(\sqrt{3}) = 6$, $y(1) = 2$.

Vậy GTLN $M = 6$.

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên $[2; 4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y = -2$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.

Do đó: $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 (loai) \vee x = 3$.

Ta lại có: $y(2) = 7$, $y(4) = \dfrac{19}{3}$; $y(3) = 6$ nên $\min\limits_{[2;4]} y = 6$.

Câu 16. Tìm giá trị của m để hàm số $y=-x^3+3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1;1]$ bằng 0.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=6$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y'=-3x^2+6x$.

Suy ra: $y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$ (loại).

Do đó: $y(-1)=m+4$; $y(1)=m+2$; $y(0)=m$ nên $\min\limits_{[-1;1]} y=m$.

Vậy $m=0$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CĐ}=5$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{CĐ}=5$.

Câu 18. Một vật chuyển động theo quy luật $S=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và $S(\mathrm{m})$ là quảng đường vật duy chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $144(\mathrm{m/s})$. **B.** $243(\mathrm{m/s})$. **C.** $27(\mathrm{m/s})$. **D.** $36(\mathrm{m/s})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S(t)=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ suy ra vận tốc của vật là $v(t)=S'(t)=-t^2+12t$.

Trong khoảng 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật lớn nhất khi hàm số $f(t)=-t^2+12t$ với $t\in[0;9]$ đạt giá trị lớn nhất.

Khi đó $f'(t)=-2t+12$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=6$.

Bảng biến thiên

t	0		6		9
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	0	$\nearrow$	36	$\searrow$	27

Dựa vào bảng biến thiên ta có vật đạt vận tốc lớn nhất là $36\left(\text{m}/\text{s}\right)$ khi $t=6$.

Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<m\le 2$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>4$.

Lời giải

Chọn D.

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$, $\left[1;2\right]\subset D$
- Ta có hàm số đơn điệu trên $\left[1;2\right]$ nên:

$\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow f\left(1\right)+f\left(2\right)=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{16}{3}$.

$\Leftrightarrow m=5>4$. Vậy chọn D.

Câu 20. Trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{3};4\pi\right]$, hàm số $y=x-\sin 2x+3$ có mấy điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

+ Ta có $y'=1-2\cos 2x; y'=0\Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

+ Có $y''=4\sin 2x$.

+ Trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{3};4\pi\right]$, phương trình $y'=0$ có tập nghiệm $S=\left\{-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{7\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6};\dfrac{13\pi}{6};\dfrac{17\pi}{6};\dfrac{19\pi}{6};\dfrac{23\pi}{6}\right\}$

+ Thay các giá trị nghiệm vào y'', ta được: $y''\left(x\right)<0\Leftrightarrow x\in\left\{-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6};\dfrac{17\pi}{6};\dfrac{23\pi}{6}\right\}$.

Vậy hàm số đã cho có 5 điểm cực đại.

Câu 21. Cho hàm số $y=x\cos x$. Đặt $M=y''+y$ và $N=2\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M=N$. **B.** $M=-N$. **C.** $M=2N$. **D.** $M=-2N$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=\cos x-x\sin x$, $y''=-\sin x-\sin x-x\cos x=-2\sin x-x\cos x$.

Khi đó $M=y''+y=-2\sin x-x\cos x+x\cos x=-2\sin x$.

Vậy $M=-N$.

Câu 22. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin 2x-2\cos 2x=\sqrt{2}$ bằng:

A. 0. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\frac{3\pi}{4}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\sin 2x-2\cos 2x=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x=\frac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x-\frac{\pi}{4}=\pi-\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$$.

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pi}{24}+k\pi\\ x=\frac{13\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$.

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\frac{5\pi}{24}$.

Nghiệm âm lớn nhất là $x=-\frac{11\pi}{24}$.

Vậy tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{5\pi}{24}-\frac{11\pi}{24}=-\frac{\pi}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Xét các mệnh đề:

(I) Khoảng cách từ điểm $M(5;3)$ đến đường tiệm cận đứng của (C) bằng 6.

(II) Đồ thị (C) có đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Mệnh đề nào đúng?

A. (I) đúng, (II) sai. **B.** (I) sai, (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đều đúng. **D.** Cả (I) và (II) đều sai.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

- $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{x-1}{x+1}=+\infty$;

$\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$Khoảng cách từ điểm $M(5;3)$ đến đường tiệm cận đứng $x=-1$ là 6.

Vậy (I) đúng.

- $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-1}{x+1} = 1$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x-1}{x+1} = 1$.

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x+2}{x+1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-1+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -1.$$

$\Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang. Vậy (II) sai.

Câu 24. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x+1}$.

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{-x+2}{x+1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-1+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -1.$$

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x+2}{x+1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-1+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -1.$$

$\Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$+$	
y	$-\infty$	↗	5 || $+\infty$	↘	1 || 2	↗	3

Xét các mệnh đề:
(I) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.
(II) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.
Mệnh đề nào đúng?

A. **(I)** đúng, **(II)** Sai. **B.** **(I)** sai, **(II)** đúng.
C. Cả **(I)** và **(II)** đều đúng. **D.** Cả **(I)** và **(II)** đều sai.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có

$\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right) = 3 \Rightarrow TCN: y = 3$.

$\lim\limits_{x \to 2^+} f\left(x\right) = +\infty \Rightarrow TCĐ: x = 2$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng $\Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

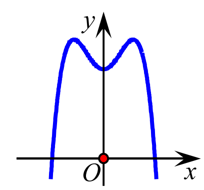
Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 3 \Rightarrow TCN: y = 3$.

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$. **B.** $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

C. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$. **D.** $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị ta có $a < 0$ và đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Leftrightarrow b > 0$.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 4}$ có mấy đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \backslash \left\{2\right\}$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 4} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 4} = -\infty$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-4x+4} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2+1}{x-2} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-4x+4} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2+1}{x-2} = -\infty$.

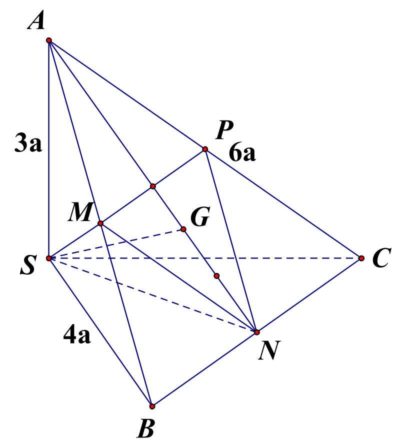
Suy ra tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau; $SA=3a$, $SB=4a$, $SC=6a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA và G là trọng tâm tam giác MNP. Thể tích V của khối chóp $S.MNG$

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=6a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích hình chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}.SA.SB.SC = 12a^3$

Diện tích tam giác MNG: $S_{MNG} = \dfrac{1}{3}S_{MNP} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}S_{ABC} = \dfrac{1}{12}S_{ABC}$

Ta có: $\dfrac{V_{S.MNG}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{S_{MNG}}{S_{ABC}} = \dfrac{1}{12}$

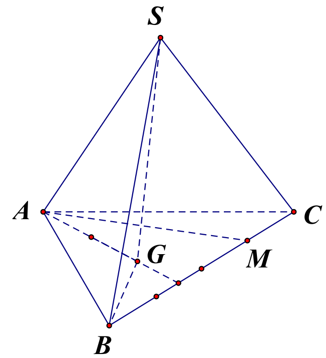
Vậy $V_{S.MNG} = a^3$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$, M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM=3MC$, G là trọng tâm tam giác ABM. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABG$ và $S.ABC$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $S_{ABG} = \frac{1}{3} S_{MAB} = \frac{1}{3} . \frac{3}{4} S_{ABC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{S.ABG}}{V_{S.ABC}} = \frac{S_{ABG}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ và mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{27}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $d\left(A,(SBC)\right) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{3\frac{a^3\sqrt{2}}{36}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{9}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - 4}}$ có đồ thị (C). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. (C) có 2 đường tiệm cận đứng là $y = 1,\ y = -1$ và 2 đường tiệm cận ngang là $x = 2,\ x = -2$.

B. (C) có đúng một đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và 2 đường tiệm cận đứng là $x = 2,\ x = -2$.

C. (C) không có tiệm cận ngang.

D. (C) có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1,\ y = -1$ và 2 đường tiệm cận đứng là $x = 2,\ x = -2$.

.

Lời giải

Chọn D

Ta có TXĐ $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

+/ Xét tiệm cận ngang:

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}=1$ nên (C)có 2 đường tiệm cận ngang $y=1,\ y=-1$.

+/ Xét tiệm cận đứng:

$\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(2)^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}=+\infty$ nên (C)có 2 đường tiệm cận đứng $x=2,\ x=-2.$

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{\sin x}{x}$ có đồ thị (C). Xét các mệnh đề:

(I) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

(II) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.

Mệnh đề nào đúng?

A. (I) đúng, (II) sai. **B.** (I) sai, (II) đúng. **C.** Cả (I) và (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to0}y=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1\Rightarrow$ đồ thị (C) của hàm số không có TCĐ

Có $0\le\left|\dfrac{\sin x}{x}\right|=\dfrac{|\sin x|}{|x|}\le\dfrac{1}{|x|}$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0\Rightarrow$ đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$

Câu 34. Tìm các giá trị của m để hàm số $y=-x+m\cos x$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $m<-1$ hoặc $m>1$. **C.** $m\le-1$ hoặc $m\ge1$. **D.** $-1\le m\le1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-1-m\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le0\ \forall x\in(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow-1-m\sin x\le0\ \forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow1+m\sin x\ge0\ \forall x\in(-\infty;+\infty)\ (*)$.

+) Xét $m=0$ thì $y=-x \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m\neq 0$, đặt $\sin x = t$ $(-1\le t\le 1)$, khi đó $(*)$ trở thành $1+mt\ge 0$ với mọi $t\in[-1;1]$

Đặt $f(t)=1+mt$

+) Xét $m>0$.

$$f(t)\ge 0 \forall t\in[-1;1] \Leftrightarrow \frac{-1}{m}\le -1 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{m}\le 0 \Leftrightarrow \frac{m-1}{m}\le 0 \Leftrightarrow 0<m\le 1$$

Kết hợp với $m>0$ ta được $0<m\le 1$

+) Xét $m<0$.

$$f(t)\ge 0 \forall t\in[-1;1] \Leftrightarrow 1\le \frac{-1}{m} \Leftrightarrow 1+\frac{1}{m}\le 0 \Leftrightarrow \frac{m+1}{m}\le 0 \Leftrightarrow -1\le m<0$$

Kết hợp với $m<0$ ta được $-1\le m<0$

Vậy kết hợp 3 trường hợp ta được $-1\le m\le 1$

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$2 \;\|\|\; 3$ / 2	$\nearrow$	

Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(4;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Tại $x=4$ hàm số không xác định.

Câu 36. Trên đoạn $[-\pi;\pi]$ hàm số $y=|\sin x|$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$y=|\sin x|=\begin{cases}\sin x & \text{khi } 0\le x\le \pi\\ -\sin x & \text{khi } -\pi<x<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow y'=\begin{cases}\cos x & \text{khi } 0\le x\le \pi\\ -\cos x & \text{khi } -\pi<x<0\end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π

y'		+		0		−	0		+	0		−
y	0	$\nearrow$		1	$\searrow$		0	$\nearrow$		1	$\searrow$	0

Câu 37. Các đường chéo của các mặt của hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$. Thể tích của khối hộp tương ứng là:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Gọi a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Ta có $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ a^2 + c^2 = 10 \\ b^2 + c^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$

Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = a.b.c = 6$.

Câu 38. Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-1)\sin x + m\cos x = 2m+1$ có nghiệm ?

A. $-3 \le m \le 0$. **B.** $0 \le m \le 3$. **C.** $m \le -3$. **D.** $m \ge 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để phương trình có nghiệm là $(m-1)^2 + m^2 \ge (2m+1)^2$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m^2 \ge 4m^2 + 4m + 1 \Leftrightarrow 2m^2 + 6m \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m \le 0$.

Câu 39. Phương trình $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$$

Trường hợp 1: $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. Do $-\pi \le x \le \pi$ nên $-\pi \le -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \le \pi$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn được $k = 0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = -\dfrac{\pi}{3}$.

Trường hợp 2: $x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi$. Do $-\pi \le x \le \pi$ nên $-\pi \le \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi \le \pi$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn được $k = -1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = -\dfrac{2\pi}{3}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn D

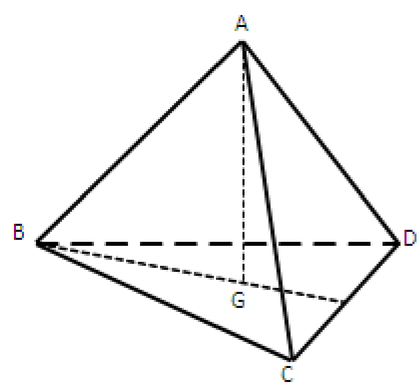
$V = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3$.

Câu 41. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$ABCD$ là tứ diện đều nên hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) là trọng tâm G của ΔBCD.

$BG = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

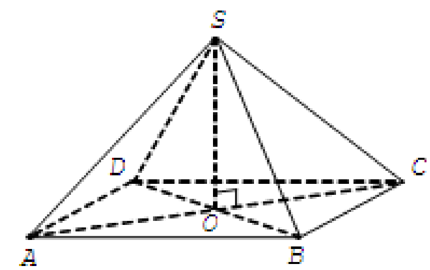
Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCD}.SG = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$. **B.** $\frac{a^3}{6}\tan\varphi$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\cot\varphi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra OA là hình chiếu của SA trên $(ABCD)$.

Khi đó $\widehat{(SA,(ABCD))} = \widehat{(SA,OA)} = \widehat{SAO} = \varphi$.

Tam giác vuông SOA, có $SO = OA.\tan\widehat{SAO} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\tan\varphi.$

Diện tích hình vuông ABC là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

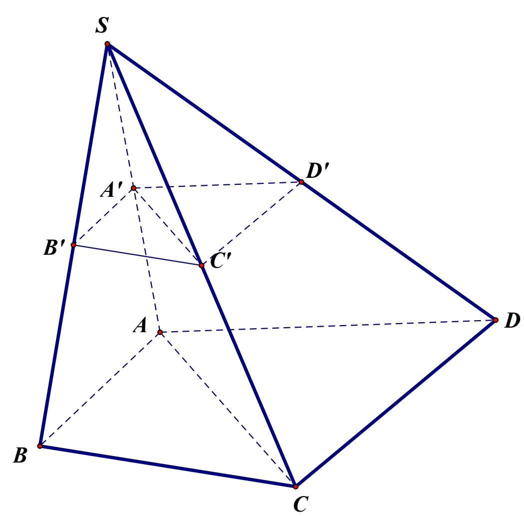
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của $SA,\ SB,\ SC,\ SD.$ Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{16}$

Lời giải

Chọn C



Dùng tỷ lệ thể tích ta có:

$V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD}$; $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'}$

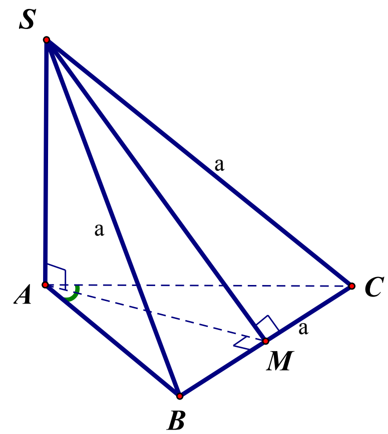
$\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{8}$; $\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}.\dfrac{SD'}{SD} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow \dfrac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ABC} + V_{S.ACD}} = \dfrac{1}{8}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120°$, khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC suy ra $BC \perp SM$; $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

$SM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; BM = \dfrac{a}{2} \Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SA = \sqrt{SM^2 - AM^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

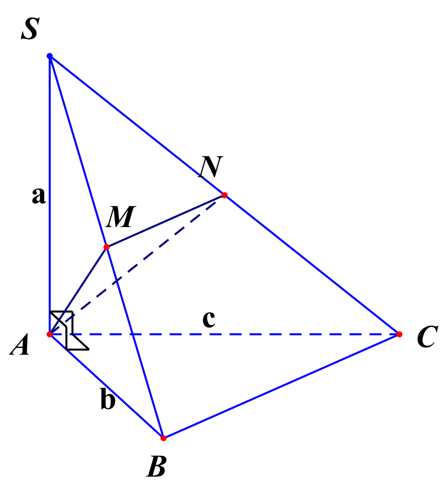
$\Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}BC.AM.SA = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A và $SA = a$, $AB = b, AC = c$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC. Khi đó, thể tích khối chóp $A.BCNM$ bằng?

A. $\dfrac{1}{12}abc$. **B.** $\dfrac{1}{24}abc$. **C.** $\dfrac{1}{8}abc$. **D.** $\dfrac{1}{6}abc$.

Lời giải

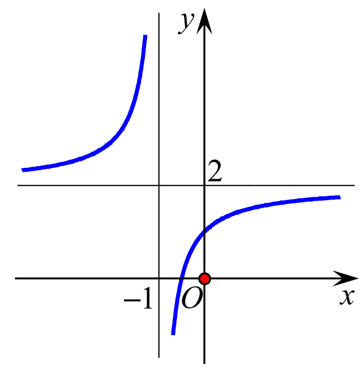
Chọn C



Ta có $V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN}$; $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \dfrac{1}{4}V_{S.ABC} \Rightarrow V_{A.BCNM} = \dfrac{3}{4}V_{S.ABC}$

$\Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{3}{4}.\frac{1}{6}abc = \frac{1}{8}abc$.

Câu 46. Đồ thị sau đây là đồ thị hàm số nào ?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $\frac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hai tiệm cận đứng và ngang ta loại đáp án A và D ;

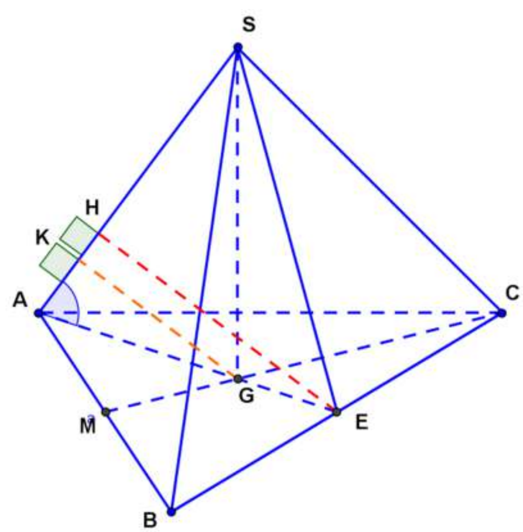
Dồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn đáp án B ;

Câu 47. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Góc hợp bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng:

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{3a}{4}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC , E là trung điểm của SA , K,H là hình chiếu của G,E lên SA.

Ta có: $AG = \frac{2}{3}AE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$EH \perp SA$.

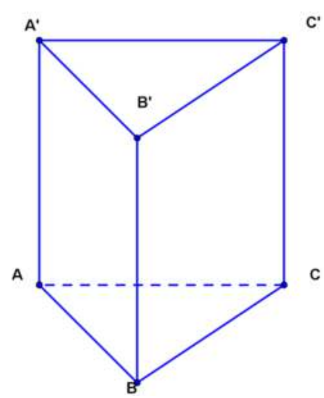
$HE \perp BC$ vì HE là trung tuyến trong tam giác cân HBC.
Suy ra HE là đoạn vuông góc chung của SA và BC.
$\Rightarrow d(SA, BC) = d(E, SA) = EH$.
Xét tam giác SAG vuông tại G: $SG = \tan 60°.AG = a$.
$GK = \dfrac{AG.GS}{\sqrt{AG^2 + GS^2}} = \dfrac{a}{2}$.
$\Delta EHM \sim \Delta GKA\ (g-g)$
$\dfrac{EH}{EG} = \dfrac{EA}{GA} \Rightarrow EH = GK.\dfrac{EA}{GA} = \dfrac{a}{2}.\dfrac{3}{2} = \dfrac{3a}{4}$
Vậy $d(SA, BC) = \dfrac{3a}{4}$

Câu 48. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



$V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)

Câu 49. Tính thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và đáy là ngũ giác đều nội tiếp trong một đường tròn có bán kính là r?

A. $V = \dfrac{5}{4}hr^2 \sin 72^0$. **B.** $V = \dfrac{5}{2}hr^2 \sin 72^0$. **C.** $V = \dfrac{5}{2}hr^2$. **D.** $V = \dfrac{5}{4}hr^2$.

Lời giải

Chọn D

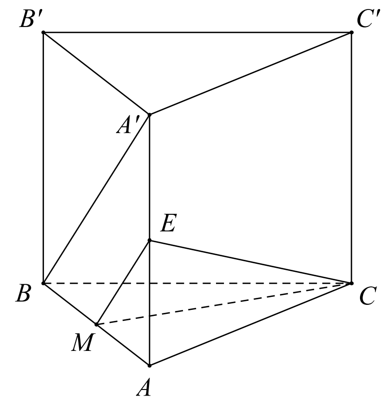
Ta có: Diện tích đa giác đều n nội tiếp đường tròn có bán kính r. $S = \dfrac{1}{2}nr^2 \sin\dfrac{2\pi}{n}$.

Theo giả thiết bài toán $n = 5 \Rightarrow S = \dfrac{5}{2}r^2 \sin 72^0 \Rightarrow V = \dfrac{5}{2}hr^2 \sin 72^0$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = AC = 1$, $AA' = \sqrt{2}$. M là trung điểm AB. Tính khoảng cách h của hai đường thẳng CM và A’B.

A. $h=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$. **B.** $h=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **D.** $h=\sqrt{7}$.

Lời giải



Chọn B

Gọi E là trung điểm AA'.

$EM\,//\,A'B \Rightarrow A'B//(CME)$.

$$\Rightarrow d_{(A'B,CM)}=d_{(A'B,(CME))}=d_{(A',(CME))}=d_{(A,(CME))}=h.$$

Xét tứ diện $AMCE$ có AC, AB, AE đôi một vuông góc nhau:

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AB^2}.$$

$$\Rightarrow h=\frac{1}{\sqrt{7}}.$$