ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG (LẦN 1) – TRƯỜNG THPT SƠN TÂY HÀ NỘI

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10} = -2.3^9$. **B.** $u_{10} = 25$. **C.** $u_{10} = 28$. **D.** $u_{10} = -29$

Lời giải

Chọn C

Ta có (u_n) là cấp số cộng với số hạng đầu là $u_1 = 1$ công sai $d = 3$ nên theo công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$ suy ra $u_{10} = 1 + (10-1).3 = 28$.

Câu 2. Cho các số thực dương x, y. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{4xy^2}{\left(x+\sqrt{x^2+4y^2}\right)^3}$.

A. $\text{MaxP} = 1$. **B.** $\text{MaxP} = \dfrac{1}{10}$. **C.** $\text{MaxP} = \dfrac{1}{8}$. **D.** $\text{MaxP} = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = \dfrac{4xy^2}{\left(x+\sqrt{x^2+4y^2}\right)^3} = \dfrac{4y^2}{x^2\left(1+\sqrt{1+4\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}\right)^3}$

Đặt $t = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$ đk $t > 0$. Khi đó $P = \dfrac{4t}{\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^3}$ với $t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{4t}{\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^3}$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{4\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^3 - \dfrac{4.3.4t\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^2}{2\sqrt{1+4t}}}{\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^6} = \dfrac{4\left(1+\sqrt{1+4t}\right) - \dfrac{24t}{\sqrt{1+4t}}}{\left(1+\sqrt{1+4t}\right)^4}$

Suy ta $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1+4t} = 2t - 1 \Leftrightarrow t = 2$.

Lập bảng biến thiên

x	0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	$\dfrac{1}{8}$	↘	0

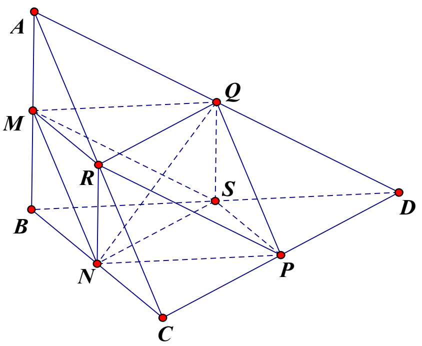
Căn cứ vào BBT suy ra $\text{MaxP} = \dfrac{1}{8}$.

Câu 3. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V, thể tích của khối đa diện có đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện $ABCD$bằng V'. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A.. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

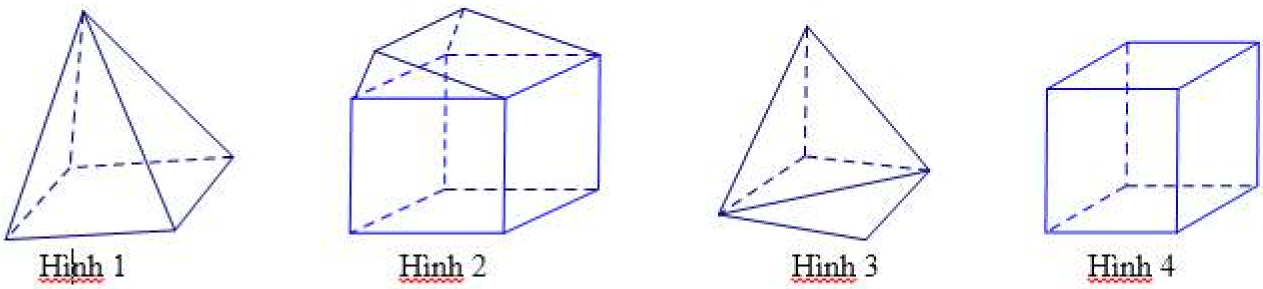


Phân chia khối tứ diện $ABCD$ thành 8 khối tứ diện nhỏ có thể tích bằng nhau đó là: $AMRQ$ $BMNS$; $CRNP$; $DSPQ$; $MNQR$; $MNQS$; $PNRQ$; $PNSQ$.

Ta có:

$V'=V_{MNQR}+V_{MNQS}+V_{PNRQ}+V_{PNSQ}=\frac{4}{8}V\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

Câu 4. Hình nào dưới đây ***không*** phải là hình đa diện?



A.Hình 4. **B.**Hình 1. **C.**Hình 2. **D.** Hình 3.

Lời giải

ChọnD

Hình 3 có một tam giác nằm hoàn toàn bên ngoài làm cho hình tạo nênkhông liền một khốinên nó không phải là hình đa diện.

Câu 5. Gọi (P) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$ (m là tham số thực).Gọi m_0 là giá trị để (P) đi qua điểm $A(2;24)$.Hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(10;15)$. **B.** $(-6;1)$. **C.** $(-2;10)$. **D.** $(-8;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ .Ta có $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, $y'=f'(x)=x^3-2mx.$

+)ĐK để đồ thị của hàm số có ba điểm cực trị là $f'(x)$ đổi dấu ba lần $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

+)Thực hiện phép chia đa thức $f(x)$ cho $f'(x)$ ta được $f(x)=f'(x).q(x)-\frac{m}{2}x^2+m^2$ .Từ đó suy ra parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=-\frac{m}{2}x^2+m^2\ (P)$

+) $A\in(P)\Leftrightarrow 24=-2m+m^2\Leftrightarrow m=6$ (Chú ý $m>0$).

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|x|^3-6x^2+m|x|-1$ có năm điểm cực trị?

A. 11. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

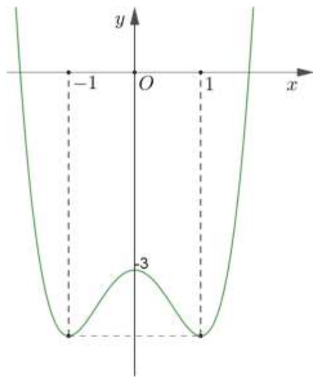
Chọn A

Xét hàm số $y=f(x)=x^3-6x^2+mx-1$,khi đó $y=f(|x|)=|x|^3-6x^2+m|x|-1$

Ta có $y=f(x), y=f(|x|)$ liên tục trên $\mathbb{R}$; Đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ cắt trục tung tại $K(0;-1)$ và nhận trục tung làm trục đối xứng.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị đều dương $\Leftrightarrow f'(x)$ đổi dấu hai lần trên $(0;+\infty)\Leftrightarrow 3x^2-12x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt đều dương $\Leftrightarrow 0<m<12$.

Câu 7. Đường cong sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

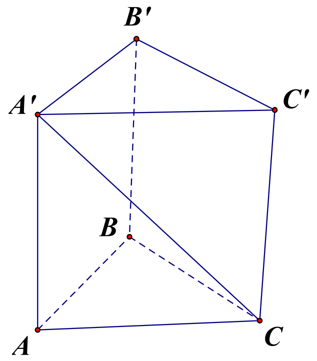
Nhìn vào đồ thị ta thấy hệ số của x^4 phải lớn hơn 0, nên loại A; mặt khác hàm số có hai điểm cực trị là $x=\pm1$ chỉ có hàm số $y=x^4-2x^2-3$ thỏa mãn.

Câu 8. Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáybằng 60^O. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a

A. $\dfrac{3a^3}{4}$.   **B.** $\dfrac{a^3}{12}$.   **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{4}$.   **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$. Theo giả thiết suy ra $\widehat{A'CA}=60^O$

Xét tam giác $AA'C$, ta có $\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{AA'}{AC}\Rightarrow AA'=\tan 60^O.AC=\sqrt{3}a$.

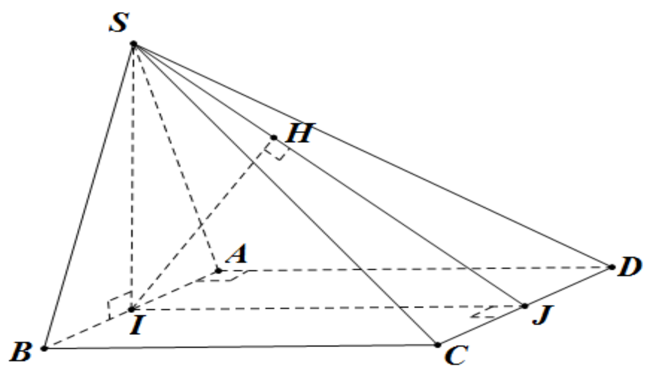
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. 1.   **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.   **C.** $\sqrt{2}$.   **D.** $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm $AB\Rightarrow\begin{cases}SI\perp(ABCD)\\ SI=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$; J là trung điểm $CD\Rightarrow IJ\perp CD$.

Dựng $IH\perp SJ$.

Ta có: $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)$. Khi đó: $d\left(B;(SCD)\right)=d\left(I;(SCD)\right)=IH$.

Tam giác SIJ vuông tại I đường cao IH ta có:

$$\frac{1}{SI^2}+\frac{1}{IJ^2}=\frac{1}{IH^2}\Rightarrow IH=\frac{IS.IJ}{\sqrt{IS^2+IJ^2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}.1}{\sqrt{\frac{3}{4}+1}}=\frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 10. Phương trình $\sin\frac{x}{2}=1$ có nghiệm:

A. $x=\pi+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin\frac{x}{2}=1\Leftrightarrow\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pi+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 11. Chọn khẳng định **sai.** Trong một khối đa diện

A.Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
B.Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
C. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt phẳng.
D.Hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Lời giải

ChọnD

Dựa vào định nghĩa hình đa diện suy ra: A, B, C đúng.

Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

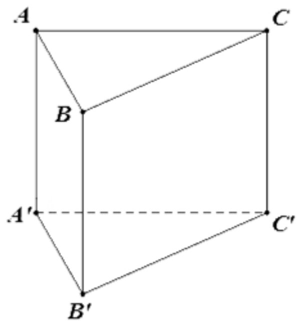
a) Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Mỗi đa giác gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.

Đáp án **D** sai.

Ví dụ: hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy (ABC) và $(A'B'C')$ song song với nhau nên không có điểm chung.



Câu 12. Có 10 tấm bìa ghi chữ “NƠI”, “NÀO”, “CÓ”, “Ý”, “CHÍ”, “NƠI”, “ĐÓ”, “CÓ”, “CON”, “ĐƯỜNG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG” ?

A. $\frac{1}{40320}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{3628800}$. **D.** $\frac{1}{907200}$

Lời giải

ChọnD

Số phần tử của không gian mẫu : $n(\Omega)=\dfrac{10!}{2!.2!}=907200$.

Gọi biến cố A: "Xếp được dòng chữ NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG".

$\Rightarrow n(A)=1$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{907200}$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-2$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m\le 0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\ge 0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=mx^2-2mx+2m-1$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\le 0\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: Xét $m=0\Rightarrow y'=-1<0\forall x\in D$.

TH2: Xét $m\ne 0$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<0$.

Vậy để thỏa mãn bài ra $m\le 0$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1; x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}; x>0\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=2$. **D.** $a=4$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Xét tính liên tục của hàm số tại $m=0$

$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(3x+a-1)=a-1$

$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x}{x\left(\sqrt{1+2x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{\left(\sqrt{1+2x}+1\right)}=1$

$f(0)=a-1$.

Để hàm số liên tục tại $x=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0) \Leftrightarrow a-1=1 \Leftrightarrow a=2$.

Câu 15. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là: $y=0$.

Câu 16. Tìm số điểm phân biệt biểu diễn nghiệm của các phương trình $\sin^2 2x-\cos 2x+1=0$ trên đường tròn lượng giác.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin^2 2x-\cos 2x+1=0$

$\Leftrightarrow \cos^2 2x+\cos 2x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=1\\ \cos 2x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos 2x=1 \Leftrightarrow x=k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình đường tròn lượng giác trên là: 2.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=1-\sin x$. **B.** $y=|\sin x|$. **C.** $y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$. **D.** $y=\sin x+\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Kiểm tra tính chất $f(x)=f(-x)$

Đáp án A: $f(-x)=1-\sin(-x)=1+\sin x\neq f(x)$

Đáp án B:

Đáp án C: Thử với giá trị bất kì để so sánh $f(x)$ và $f(-x)$

Đáp án D: $f(-x)=\sin(-x)+\cos(-x)=-(\sin x-\cos x)\neq f(x)$.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DB}+x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các vec tơ $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=m\overrightarrow{AD}+n\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$

$=\left(3\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}\right)+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}+x\overrightarrow{DC}$

$=\left(3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}-2\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{DB}\right)+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}+x\overrightarrow{DC}$

$=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+(3+x)\overrightarrow{DC}$

$=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+(3+x)\overrightarrow{DC}$

$=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+(2+x)\overrightarrow{DC}$

Từ đó suy ra $x=-2.$

Phương pháp chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có $\mathrm{A}(0;0;1);\mathrm{B}(0;0;0);\mathrm{C}(1;0;0);\mathrm{D}(0;1;0)$

$\overrightarrow{AB}=(0;0;-1);\overrightarrow{AC}=(1;0;-1);\overrightarrow{DB}=(0;-1;0)$

$\overrightarrow{DC}=(1;-1;0);\overrightarrow{AD}=(0;1;-1);\overrightarrow{BC}=(1;0;0)$

$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DB}+x\overrightarrow{DC}$

$\Rightarrow M(-3;0;2)$ $\qquad$ $\Rightarrow N(x;-x;0)$

Công thức: $\frac{2}{3}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right]\overrightarrow{MN}=0$, trong đó $\begin{cases}\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right]=(0;-1;-1)\\ \overrightarrow{MN}=(x+3;-x;-2)\end{cases}$

$\Rightarrow x=-2$

Câu 19. Cho khối tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a;SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $V=\dfrac{\sqrt{35}a^3}{24}$. $\qquad$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. $\qquad$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. $\qquad$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

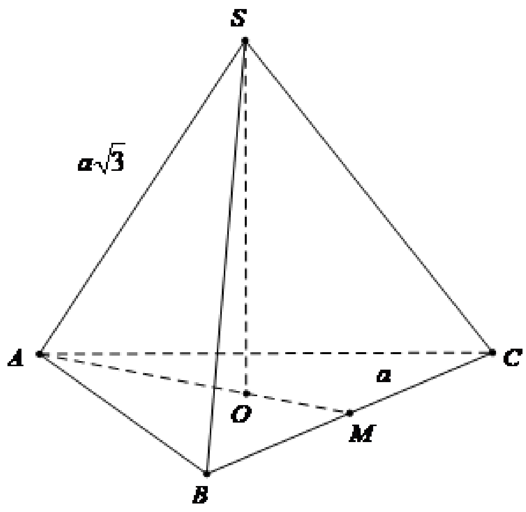
Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của BC. O là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC).

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4};AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông SAO có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.



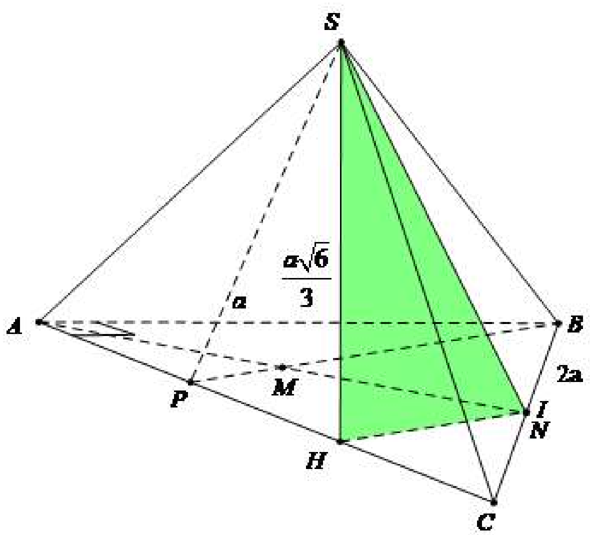
Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{2a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=a;BC=2a$. Điểm H thuộc cạnh AC sao cho $CH=\frac{1}{3}CA$, SH là đường cao hình chóp $S.ABC$ và $SH=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi I là trung điểm BC. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ với mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AI.

A. $\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AI=AB=BI=a$ vậy tam giác ABI đều, gọi M là trung điểm $AI\Rightarrow BM\perp AI(1)$.

Theo giả thiết: $(\alpha)\perp AI(2)$.

Từ (1); (2) $\Rightarrow (\alpha)//BM$.

$SH \perp AI \Rightarrow S \in (\alpha)$.

$(\alpha) \cap (ABC) = HN; HN//BM; N \in BC$, vậy thiết diện là tam giác SHN.

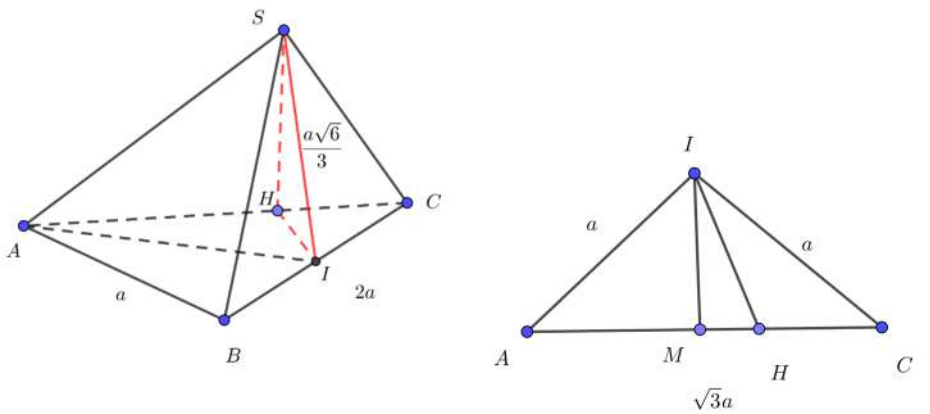
Xét tam giác vuông ABP có: $\cos 30^{\circ} = \frac{AB}{BP} \Rightarrow BP = \frac{AB}{\cos 30^{\circ}} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$,

$AP = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Dễ thấy $AC = a\sqrt{3}$. Vậy $CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ hay H là trung điểm của CP vậy HN là đường trung bình của tam giác CBP hay $N \equiv I \Rightarrow HN = \frac{1}{2}BP = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông $SHN\left(\widehat{H} = 1v\right)$: $S_{SHN} = \frac{1}{2}HS.HN = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{3}\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

Cách 2:



Ta có: $IA = IC = \frac{1}{2}BC = a$

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3}a$

Gọi M là trung điểm AC, ta có: $IM = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}a$; $MH = \frac{1}{6}AC = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Khi đó: $IH = \sqrt{IM^2 + MH^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}a\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

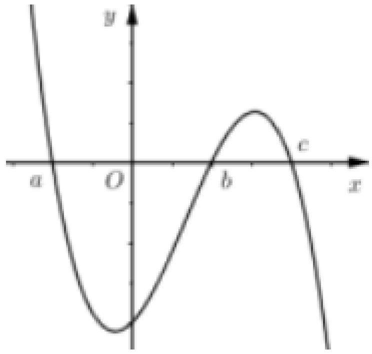
Khi đó ta có: $\begin{cases} IA = a \\ IH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a \\ AH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a \end{cases} \Rightarrow AH^2 = AI^2 + IH^2 \Rightarrow \Delta AIH$ vuông tại I .

Khi đó $IH \perp IA$, thiết diện của hình chóp với mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AI là ΔSHI vuông tại H .

$$S_{\Delta SHI} = \frac{1}{2}SH.HI = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 21. Chohàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

A. $f(a) > f(b) > f(c)$.
B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
C. $f(c) > f(a) > f(b)$.
D. $f(c) > f(b) > f(a)$.



Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$\Rightarrow f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt a, b, c.

$\Rightarrow y = f(x)$ có 3 cực trị

Mặt khác: quan sát đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy nhánh phải, từ trái sang phải đi xuống nên $a < 0$.

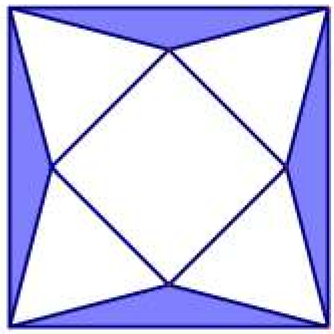
Ta có bảng biến thiên $y = f(x)$

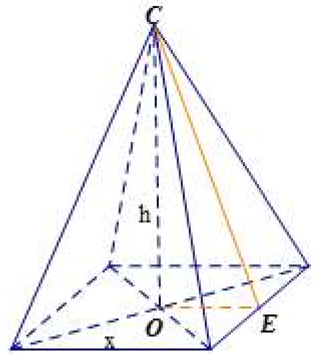
x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	$-\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\begin{cases} f(b) < f(a) \\ f(b) < f(c) \end{cases}$

Ta thấy chỉ có đáp án **C** có thể thỏa yêu cầu.

Câu 22. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1 (m) như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần đậm của tấm nhôm rồi gập lại thành một hình chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng x (m) sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Tìm giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.

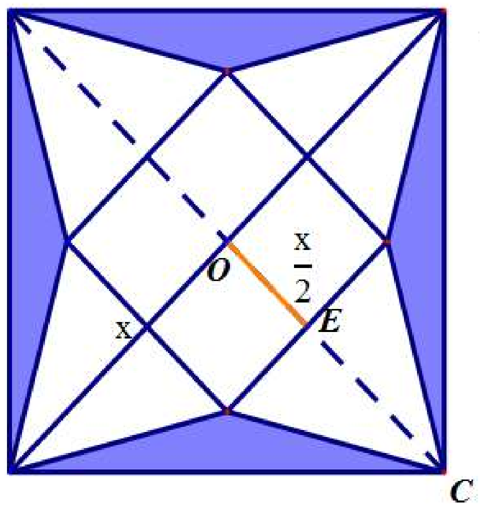


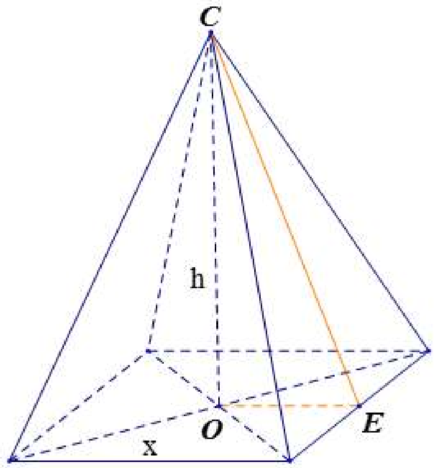


A. $x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C





Đường chéo hình vuông cạnh 1 là $\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} OC=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ OE=\dfrac{x}{2} \\ EC=OC-OE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{x}{2} \end{cases}$

Khi đó $h=CO=\sqrt{CE^2-OE^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}-x}{2}\right)^2-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}$

$$V=\frac{1}{3}x^2h=\frac{1}{3}x^2\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}-x}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{1}{3}x^2\sqrt{\frac{2-2\sqrt{2}x}{4}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{x^4(1-\sqrt{2}x)}{2}}$$

Xét hàm số $f(x)=x^4\left(1-x\sqrt{2}\right)$ trên $\left(0;\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$f'(x)=4x^3-5x^4\sqrt{2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5} \end{array}\right.$

x	0		$\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$		2
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	$f\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\right)$	$\searrow$	

Hàm số $f(x)$ lớn nhất khi $x = \dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

B. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

C. Hàm số có 1 điểm cực trị.

D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

$y' = 4x^3 - 2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$		0		$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 24. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A. $\dfrac{135}{988}$. **B.** $\dfrac{3}{247}$. **C.** $\dfrac{244}{247}$. **D.** $\dfrac{15}{26}$.

Lời giải

Chọn C

Biến cố A: " có ít nhất một sản phẩm tốt"

Biến cố $\overline{A}$: " cả 3 sản phẩm đều xấu"

Số cách lấy ra 3 sản phẩm bất kì: $n(\Omega) = C_{40}^3$

Số cách lấy ra 3 sản phẩm xấu: $n\left(\overline{A}\right)=C_{10}^{3}$

Xác suất để 3 sản phẩm lấy ra đều xấu: $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{C_{10}^{3}}{C_{40}^{3}}=\dfrac{3}{247}$

Vậy xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt là:
$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{3}{247}=\dfrac{244}{247}$.

Câu 25. Đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Mười hai mặt đều.

Lời giải

Chọn D

Tứ diện đều	Lập phương	Bát diện đều	Hai mươi mặt đều	Mười hai mặt đều
$\{3;3\}$	$\{4;3\}$	$\{3;4\}$	$\{3;5\}$	$\{5;3\}$

Câu 26. Cho hàm số $y=x^3-3x$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y'=3x^2-3.\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng ta thấy rằng hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases}u_1=3\\2(n+1)u_{n+1}=nu_n+n+2\end{cases}$.

Tính $\lim u_n$.

A. $\lim u_n=1$. **B.** $\lim u_n=4$. **C.** $\lim u_n=3$. **D.** $\lim u_n=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2(n+1)u_{n+1}=nu_n+n+2 \Leftrightarrow 2(n+1)(u_{n+1}-1)=n(u_n-1) \quad (*)$

Đặt $u_{n+1}-1=v_{n+1}, v_n=u_n-1$. $u_1=3 \Rightarrow v_1=2$.

$(*)$ trở thành $2(n+1)v_{n+1}=nv_n \Leftrightarrow v_{n+1}=\dfrac{n}{2(n+1)}v_n$

$$v_n=\frac{n-1}{2n}.v_{n-1}=\frac{n-1}{2n}.\frac{n-2}{2(n-1)}.v_{n-2}=\frac{n-1}{2n}.\frac{n-2}{2(n-1)}.\frac{n-3}{2(n-2)}.\frac{n-4}{2(n-3)}....\frac{1}{2.2}v_1=\frac{1}{n.2^{n-1}}$$

$\Rightarrow \lim v_n=0 \Rightarrow \lim(u_n-1)=0 \Rightarrow \lim u_n=1$.

Cách 2 :

Ta có $u_{n+1}=\dfrac{n}{2n+2}u_n+\dfrac{n+2}{2n+2} \quad (*)$

Đặt $a=\lim u_n$, trong biểu thức $(*)$ cho $n\to+\infty$ ta được $a=\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a=1=\lim u_n$.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2cos\dfrac{x}{2}+\sin x+1$.

A. $1-2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2-5\sqrt{3}}{2}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{2-3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số $y=2cos\dfrac{x}{2}+\sin x+1$ tuần hoàn với chu kì 4π nên ta chỉ cần xét hàm số trên đoạn $[0;4\pi]$

Ta có $y'=-\sin\dfrac{x}{2}+\cos x$, $x\in(0;4\pi)$

$$y'=0 \Leftrightarrow -\sin\frac{x}{2}+1-2\sin^2\frac{x}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\frac{x}{2}=-1\\ \sin\frac{x}{2}=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{x}{2}=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ \frac{x}{2}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ \frac{x}{2}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\pi+k4\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k4\pi\\ x=\frac{5\pi}{3}+k4\pi\end{array}\right.$$

Vì $x\in(0;4\pi)$ nên $x\in\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3};3\pi\right\}$

$y(0)=3$ $y(3\pi)=1, y\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{2+3\sqrt{3}}{2}, y\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)=\dfrac{2-3\sqrt{3}}{2}$, $y(4\pi)=3$

Vậy $\min_{\mathbb{R}} y = \dfrac{2-3\sqrt{3}}{2}$..

Câu 29. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và nhà vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Lời giải

Chọn B

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Đoàn công tác gồm 2 nhà toán học nữ và 1 nhà vật lý nam thì số cách là: $C_3^2.C_4^1 = 12$

TH2: Đoàn công tác gồm 1 nhà toán học nữ và 2 nhà vật lý nam thì số cách là: $C_3^1.C_4^2 = 18$

TH3: Đoàn công tác gồm 1 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý nam và 1 nhà toán học nam thì số cách là: $C_3^1.C_4^1C_5^1 = 60$

Theo quy tắc cộng ta có: 12 + 18 + 60 = 90.

Câu 30. Cho hàm số $y = x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

B. (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

D. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm

Lời giải

Chọn C

Số giao điểm của (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình:

$x(1-x)(x^2+1) = 0$. Ta có:

$$x(1-x)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Số giao điểm của (C) với trục hoành là 2 .

Câu 31. Với $n \in N, n \geq 2$ thoả mãn $\dfrac{1}{C_2^2} + \dfrac{1}{C_3^2} + \dfrac{1}{C_4^2} + ... + \dfrac{1}{C_n^2} = \dfrac{9}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!}$

A. $\dfrac{61}{90}$. **B.** $\dfrac{59}{90}$. **C.** $\dfrac{29}{45}$. **D.** $\dfrac{53}{90}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{1}{C_2^2}+\frac{1}{C_3^2}+\frac{1}{C_4^2}+...+\frac{1}{C_n^2}=\frac{9}{5}\Leftrightarrow\frac{1}{2.1}+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{4.3}+...\frac{1}{n(n-1)}=\frac{9}{10}$$

Lại có: $\frac{1}{2.1}+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{4.3}+...\frac{1}{n(n-1)}=\frac{n-1}{n}=\frac{9}{10}\Leftrightarrow n=10\Rightarrow P=\frac{C_{10}^5+C_{12}^3}{(10-4)!}=\frac{59}{90}$.

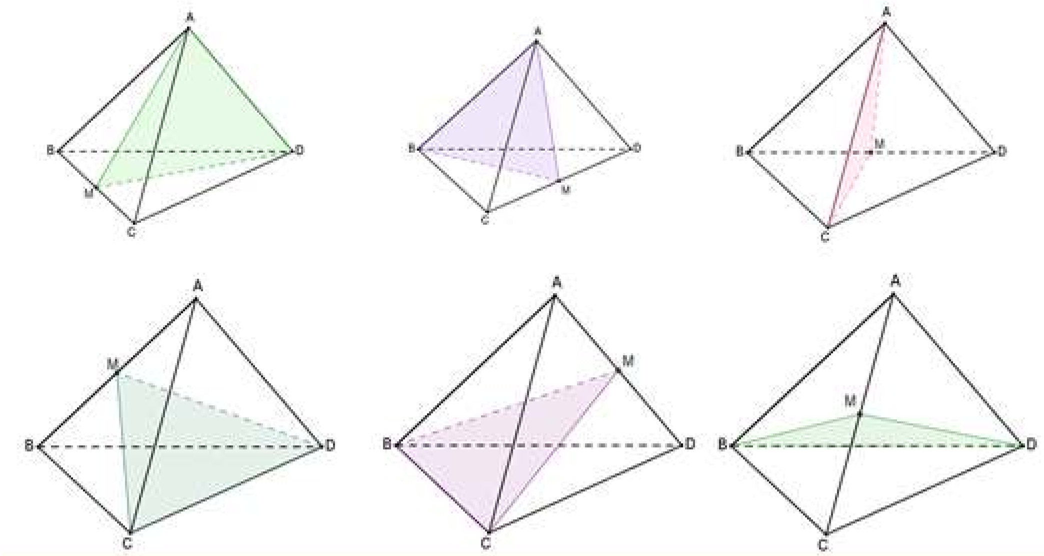
Câu 32. Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 . **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Có 6 mp đối xứng: Các mp đi qua một cạnh và trung điểm cạnh đối diện.



Câu 33. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x(x^2-1)(x+2)^{2018}$.

A. 2 . **B.** 3. **C.** 4 . **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x(x^2-1)(x+2)^{2018}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\\x=-2\end{array}\right..$$

Bảng biếng thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $(C): y = \dfrac{-2x+3}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $y = x - 3$.

A. $y = -x + 3$ và $y = -x - 1$.

B. $y = -x - 3$ và $y = -x + 1$.

C. $y = x - 3$ và $y = x + 1$.

D. $y = -x + 2$ và $y = -x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = x - 3$ là:

$$\frac{-2x+3}{x-1} = x - 3 \Rightarrow -2x + 3 = (x-1)(x-3)\,(x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right..$$

Do đó giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = x - 3$ là: $(2;-1),(0;-3)$.

Ta có: $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(2;-1)$ là: $y = -(x-2) - 1 = -x + 1$.

Phương trình tiếp của (C) tại điểm $(0;-3)$ là: $y = -x - 3$.

Câu 35. Gọi K là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) - 2 = m$ (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$. Hỏi tập K là tập con của tập hợp nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. **B.** $\left(1-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin x+\cos x$; với $x\in\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left(0;\sqrt{2}\right]$.

Khi đó: $\sin 2x=t^2-1$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2+t-3=m$. (2)

Lưu ý rằng: mỗi nghiệm $t\in\left(1;\sqrt{2}\right)$ của phương trình (2) cho ta 2 nghiệm $x\in\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$ của phương trình (1) và với $\left[\begin{array}{l}t=\sqrt{2}\\ t\in(0;1)\end{array}\right.$ chỉ cho ta một nghiệm $x\in\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$ của phương trình (1). Số nghiệm phương trình (2) bằng số giao điểm của (P): $y=t^2+t-3$ và đường thẳng $y=m$.

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$-\frac{13}{4}$ ↗	-3 ↗	-1 ↗	$\sqrt{2}-1$ ↗	$+\infty$

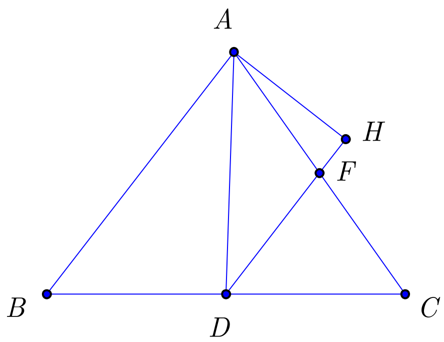
Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra yêu cầu bài toán là $-1<m<-1+\sqrt{2}$.

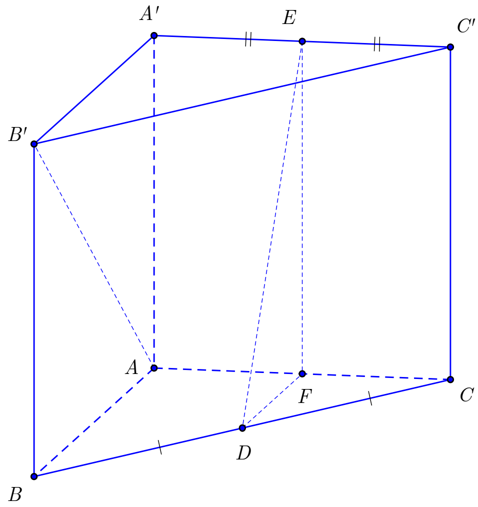
Vậy $K=\left(-1;-1+\sqrt{2}\right)\subset\left(-\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 36. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là các hình vuông cạnh a. Gọi D,E lần lượt là trung điểm các cạnh $BC,A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và DE theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải





Chọn B

Các mặt bên là các hình vuông cạnh a nên hình lăng trụ đã cho là hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

Gọi F là trung điểm AC, ta suy ra $(DFE)//(ABB'A')$.

Khi đó $d(AB';DE)=d\left((ABB'A'),(DFE)\right)=d\left(\mathrm{AB'},(DFE)\right)=d\left(A,(DFE)\right)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên $(DFE)\Rightarrow H\in DF$.

Suy ra: $d(AB';DE)=d\left(A,(DFE)\right)=AH=AD.\sin 30^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 37. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $x^3(1-x)^8$.

A. -28. **B.** 70. **C.** -56. **D.** 56.

Lời giải

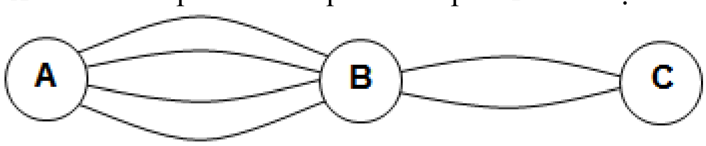
Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển là: $x^3.C_8^k(-x)^k=C_8^k(-1)^k x^{k+3}$.

Số hạng chứa x^6 ứng với $k+3=6\Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^6 là $C_8^3(-1)^3=-56$.

Câu 38. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hai giai đoạn:

Chọn đường từ A đến B: có 4 cách.

Chọn đường từ B đến C: có 2 cách.

Vậy có tất cả $4\times 2=8$ cách.

Câu 39. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

ChọnD

$$\frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\frac{(x-1)(\sqrt{3x+1}+3x+5)}{-9(x-1)^2}=\frac{(\sqrt{3x+1}+3x+5)}{-9(x-1)}.$$

ả hận xét đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

$D=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{1}{-3}$ nên đồ thị có 1 tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\dfrac{1}{x}$ trên $[1;\,3]$.

A. 9. **B.** 2. **C.** $\sqrt{28}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

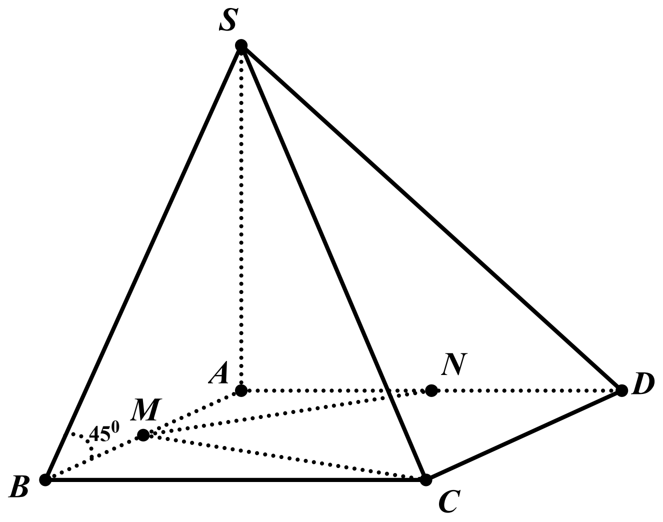
Thấy ngay $y'=1+\dfrac{1}{x^2}>0\ \forall x\in[1;3]$. Suy ra GTả ả trên $[1;\,3]$ là $f(1)=0$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ theo a.

A. $\dfrac{5a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{5a^3}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB,\ SA \perp BC$.

ΔSAB vuông tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} < 90^0$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA} = 45°$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có $\widehat{SBA} = 45°$ suy ra $SA = AB = a$.

Ta lại có $S_{CDNM} = S_{ABCD} - (S_{AMN} + S_{BCM}) = a^2 - \left(\dfrac{a^2}{8} + \dfrac{a^2}{4}\right) = \dfrac{5a^2}{8}$.

Vậy $V_{S.CDNM} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5a^2}{8}.a = \dfrac{5a^3}{24}$.

Câu 42. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+2x}{x-1}$.

A. $y = -2x-2$. **B.** $y = 2x+2$. **C.** $y = 2x-2$. **D.** $y = -2x+2$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}$.

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Suy ra hàm số luôn có điểm cực đại và điểm cực tiểu.

Khi đó phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàmsố là:

$$y = \frac{(x^2+2x)'}{(x-1)'} = 2x+2.$$

Câu 43. Tìm cực đại của hàm số $y=x\sqrt{1-x^2}$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=[-1;\,1]$.

$y'=\frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$, $\forall\in(-1;1)$

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\in(-1;1)$

Bảng biến thiên:

x	-1		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra: $y_{CD}=\frac{1}{2}$.

Câu 44. Trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong sáu vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

A. $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{54}$. **D.** $\frac{1}{36}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=6^3=216$.

Đặt biến cố: A : "Trong ba lần quay, kim của bánh xe lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau".

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\mathrm{n}(\mathrm{A})=6.5.4=120$.

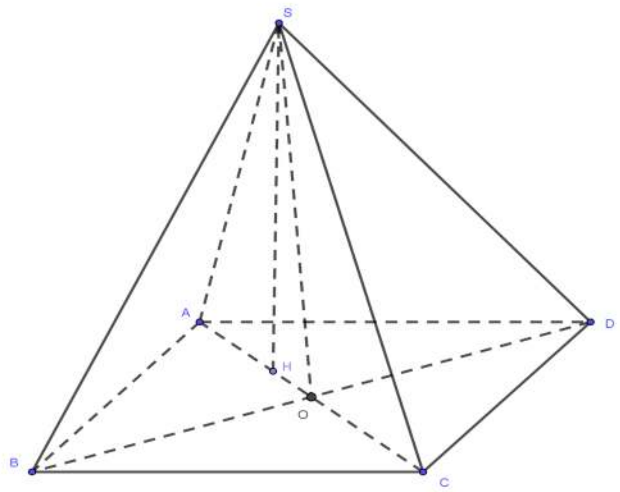
Xác suất của biến cố A là: $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{\mathrm{n}(\mathrm{A})}{\mathrm{n}(\Omega)}=\frac{120}{216}=\frac{5}{9}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA = x$, còn tất cả các cạnh khác có độ dài bằng 2 . Tính thể tích V lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 1$. **B.** $V = \frac{1}{2}$. **C.** $V = 3$. **D.** $V = 2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD) \Rightarrow H \in AC$

Ta có: $\triangle CBD = \triangle SBD \Rightarrow CO = SO \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại $S \Rightarrow AC = \sqrt{x^2+4}$

$$SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$BO = \sqrt{4 - \frac{x^2+4}{4}} = \frac{\sqrt{12-x^2}}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{12-x^2}\ \left(x < 2\sqrt{3}\right)$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}\sqrt{\left(x^2+4\right)\left(12-x^2\right)}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{x\sqrt{12-x^2}}{3} \le \frac{x^2+12-x^2}{6} = 2$$

$$\Rightarrow maxV_{S.ABCD} = 2$$

Câu 46. Giải phương trình $\frac{cosx - \sqrt{3}\,\text{sinx}}{2\sin x - 1} = 0$

A. $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

ChọnA

Điều kiện : $\sin x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

$$\frac{cosx - \sqrt{3}\,\text{sinx}}{2\sin x - 1} = 0 \Leftrightarrow cosx - \sqrt{3}\sin x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}cosx - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{6} - x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{-5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

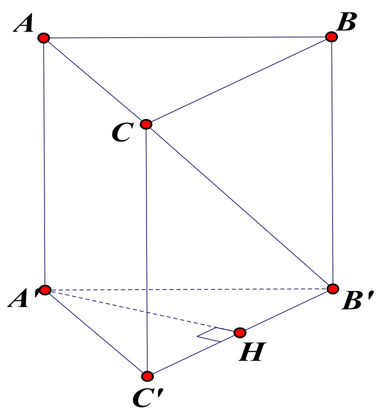
Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm : $x = \frac{-5\pi}{6} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 47. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là một tam giác vuông tại A, cạnh AA'hợp với $B'C$ góc 60^o và khoảng cách giữa chúng bằng a, $B'C = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a?

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{\left(B'C, AA'\right)} = \widehat{\left(B'C, CC'\right)} = \widehat{C'CB} = 60^o$

Mà $B'C = 2a \Rightarrow C'C = a; C'B' = \sqrt{3}a.$

Gọi $A'H$ là đường cao của $\Delta A'B'C'$

$$\Rightarrow \begin{cases} A'H \perp CC' \\ A'H \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow A'H \perp \left(CC'B'B\right)$$

$$\Rightarrow A'H \perp B'C \Rightarrow A'H = a$$

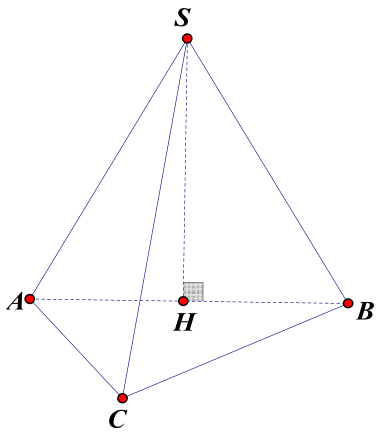
$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = CC'.S_{A'B'C'} = a.\frac{1}{2}.a.\sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng $\left(SAB\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ và tam giác SAB vuông cân tại S. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a?

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Trong ΔSAB cân đỉnh S, kẻ $SH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm của AB.

Từ $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \perp AB \end{cases}$ suy ra $SH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow SH = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số có một điểm cực trị.

C.Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng – 3.

Lời giải:

Chọn C

Tại $x = 0$ ta thấy y' không xác định và đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow x = 0$ là một cực trị.

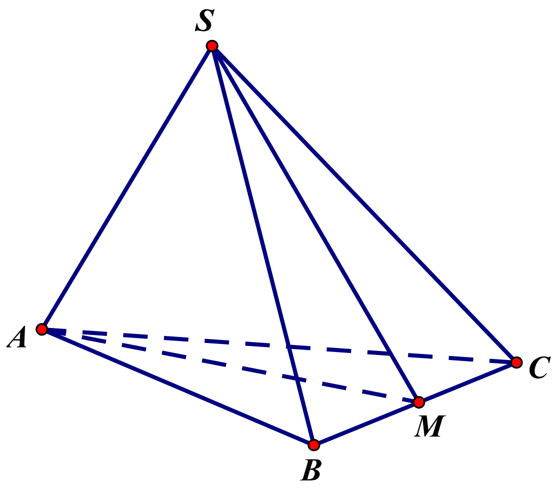
Tại $x = 1$ ta thấy $y' = 0$ và đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow x = 1$ là một cực trị.

Câu 50. Cho hình chóp $SABC$ có $AB = AC, \widehat{SAB} = \widehat{SAC}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0

Lời giải:

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC,

Ta có $AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại $A \Rightarrow AM \perp BC$ (1)

Xét ΔSAB và ΔSAC :Có SA chung

$\widehat{SAB} = \widehat{SAC}$

$AB = AC$

$\Rightarrow \Delta SAB = \Delta SAC$

$\Rightarrow SB = SC \Rightarrow \Delta SBC$ cân tại $S \Rightarrow SM \perp BC$ (2)

Từ (1) (2) $\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow \widehat{\left(SA, BC\right)} = 90^0$.

$\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow \widehat{\left(SA, BC\right)} = 90^0$.