

HƯỚNG DẪN GIẢI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

Câu 1: Đáp án D

Phân tích:

- Vật chuyển động chậm dần với vận tốc tại giây thứ t là $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Ta biết rằng quãng đường vật đi được $s(t)$ chính là nguyên hàm của vận tốc $v(t)$.
- Khi vật dừng hẳn là thời điểm t sao cho $v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$ (s). Suy ra sau khi bắt đầu chuyển động chậm dần thì vật đi thêm được trong thời gian 16s thì dừng lại.
- Vận quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3s trước khi dừng hẳn chính là tích phân của hàm $v(t) = 160 - 10t$ (m/s) từ $t = 13$ s đến khi $t = 16$ s.

Hướng dẫn giải:

- Vật chuyển động chậm dần cho đến khi dừng hẳn thì

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16(s).$$

- Quãng đường vật đi được từ giây thứ 13 đến giây thứ 16 là

$$S = \int_{13}^{16} v(t) dt = \int_{13}^{16} (160 - 10t) dt = 45m.$$

- Vậy chọn đáp án D.

Bình luận: Trong câu hỏi này, các em cần nhớ rằng: Đạo hàm của quãng đường đi được $s(t)$ chính là vận tốc $v(t)$ của vật tại thời điểm t , và ngược lại, nguyên hàm của vận tốc $v(t)$ chính là quãng đường $s(t)$. Quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian nào bằng tích phân của hàm vận tốc $v(t)$ khi biến t chạy trong khoảng thời gian đó.

Câu 2: Đáp án A

Phân tích:

- Đề bài cho biểu thức gia tốc của vật chuyển động là $a(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²).
- Ta biết rằng vận tốc chuyển động $v(t)$ của vật chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$.
- Từ đó ta lập công thức tính $v(t) = \int a(t) dt$, kết hợp với điều kiện vận tốc ban đầu $v_0 = 6$ m/s.
- Suy ra công thức tính vận tốc $v(t)$ của vật tại thời điểm t và tính được $v(10)$.

Hướng dẫn giải:

- Vận tốc của vật tại thời điểm t được tính theo công thức

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln|t+1| + C.$$

- Vì vận tốc ban đầu (lúc $t = 0$) của vật là $v_0 = 6$ m/s nên

$$v(0) = 3 \ln|0+1| + C = 6 \Leftrightarrow C = 6 \Rightarrow v(t) = 3 \ln|t+1| + 6.$$

- Vận tốc của vật chuyển động tại giây thứ 10 là $v(10) = 3 \ln|10+1| + 6 \approx 13,2$ m/s.

- Chọn đáp án C.

Bình luận : Trong câu này các em cần nhớ: Đạo hàm của vận tốc $v(t)$ tại thời điểm t chính là gia tốc của vật chuyển động tại thời điểm đó.

Câu 3: Đáp án A

Phân tích và hướng dẫn giải:

- Xe mô tô tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t (m/s^2)$. Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của hàm số $a(t)$.

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 3t) dt = \frac{t^3}{3} + 3 \frac{t^2}{2} + C.$$

- Vận tốc ban đầu (tại thời điểm $t_0 = 0$) của xe là $v_0 = 10 m/s$ nên

$$v(0) = 10 \Leftrightarrow \frac{0^3}{3} + 3 \frac{0^2}{2} + C = 10 \Leftrightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 3 \frac{t^2}{2} + 10.$$

- Mặt khác, đạo hàm của quãng đường $s(t)$ chính là vận tốc $v(t)$ của xe chuyển động tại thời điểm t . Suy ra, quãng đường đi được của xe sau 10s đầu tiên bằng tích phân của hàm $v(t)$ khi biến t từ 0s đến 10s.

$$S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} \left(\frac{t^3}{3} + 3 \frac{t^2}{2} + 10 \right) dt = \frac{4300}{3} (m).$$

- Chọn đáp án D.

Bình luận (nếu có): $v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln|t+1| + C$

Câu 4: Đáp án B

Hướng dẫn giải:

- Nguyên hàm của vận tốc $v(t)$ chính là quãng đường đi được $s(t)$. Suy ra quãng đường đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0s$ đến $t = 5s$ là:

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (4t^3 + 2t + 3) dt = (t^4 + t^2 + 3t) \Big|_0^5 = 665 m.$$

Câu 5: Đáp án D

Hướng dẫn giải:

- Quãng đường đi được của máy bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 bằng tích phân của hàm vận tốc $v(t)$ khi $t = 4s$ đến $t = 10s$.

$$S = \int_4^{10} v(t) dt = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = (t^3 + 5t) \Big|_4^{10} = 966 m.$$

Câu 6: Đáp án B

Hướng dẫn giải:

- Quãng đường đi được của vật trong 4 giây đầu tiên là

$$S = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 \left(1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3} \right) dt = \dots \approx 11,81 m.$$

Câu 7: Đáp án B

Phân tích và hướng dẫn giải

- Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$ nên ta có:

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \left(-\frac{1}{24}t^3 + \frac{5}{16}t^2 \right) dt = -\frac{1}{96}t^4 + \frac{5}{48}t^3 + C.$$

- Tại thời điểm ban đầu ($t=0s$) thì vận động viên ở tại vị trí xuất phát nên vận tốc lúc đó là $v_0 = 0 \Rightarrow v(0) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{96}0^4 + \frac{5}{48}0^3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$.
- Vậy công thức vận tốc là $v(t) = -\frac{1}{96}t^4 + \frac{5}{48}t^3$.
- Vận tốc của vận động viên tại giây thứ 5 là $v(5) = 6,51m/s$.

Câu 8: Đáp án B

Phân tích và hướng dẫn giải:

- Xem như tại thời điểm $t_0 = 0$ thì học sinh phóng tên lửa với vận tốc ban đầu 20m/s. Ta có $s(0) = 0$ và $v(0) = 20$.
- Vì tên lửa chuyển động thẳng đứng nên gia tốc trọng trường tại mọi thời điểm t là $s''(t) = -9,8m/s^2$.
- Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc nên ta có vận tốc của tên lửa tại thời điểm t là
$$v(t) = \int -9,8 dt = -9,8t + C_1$$
 Do $v(0) = 20$ nên $v(0) = 20 \Leftrightarrow -9,8.0 + C_1 = 20 \Leftrightarrow C_1 = 20 \Rightarrow v(t) = -9,8t + 20$.
- Vậy vận tốc của tên lửa sau 2s là $v(2) = -9,8.2 + 20 = 0,4(m/s)$.

Câu 9: Đáp án C

Phân tích và hướng dẫn giải

- Độ cao của tên lửa là nguyên hàm của vận tốc, suy ra
$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-9,8t + 20) dt = -4,9t^2 + 20t + C_2$$
 Vì $s(0) = 0$ nên $s(0) = -4,9.0^2 + 20.0 + C_2 = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0 \Rightarrow s(t) = -4,9t^2 + 20t$.
- Đồ thị của hàm số $s(t) = -4,9t^2 + 20t$ là đường cong Parabol có đỉnh $I\left(\frac{100}{49}; \frac{1000}{49}\right)$ nên tên lửa đạt độ cao lớn nhất là $\frac{1000}{49}(m)$ tại thời điểm $t = \frac{100}{49}(s)$.

Câu 10: Đáp án C

Phân tích và hướng dẫn giải

- Kể từ lúc đạp phanh ($t = 0$) đến lúc xe dừng lại thì xe đi được một quãng đường là s . Vì khoảng cách an toàn giữa 2 xe khi dừng lại tối thiểu là 1m nên người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng $s + 1(m)$.
- Tại thời điểm $t = 0$ thì xe bắt đầu phanh, và xe dừng lại khi vận tốc bằng 0, khi đó
$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 10 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 2$$
.
- Trong khoảng thời gian từ $t = 0s$ đến $t = 2s$ thì xe chạy thêm được quãng đường

$$s = \int_0^2 (10 - 5t) dt = 10 \text{ (m)}.$$

- Vậy xe nên bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng 11m để giữ khoảng cách an toàn.

Câu 11: Chọn đáp án D

Phân tích và hướng dẫn giải

- Tốc độ phát triển của vi khuẩn tại ngày thứ t là $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$. Suy ra số lượng vi khuẩn vào ngày thứ t được tính theo công thức

$$F(t) = \int F'(t) dt = \int \frac{1000}{2t+1} dt = \frac{1000}{2} \ln|2t+1| + C = 500 \ln|2t+1| + C.$$

- Lúc ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn nên

$$F(0) = 2000 \Leftrightarrow 500 \ln|2 \cdot 0 + 1| + C = 2000 \Leftrightarrow C = 2000$$

$$F(t) = 500 \ln|2t+1| + 2000.$$

- Số vi khuẩn sau 15 ngày là $F(15) = 500 \ln|2 \cdot 15 + 1| + 2000 = 3716,99$ con và bệnh nhân cứu được.

Câu 12: Chọn đáp án D

Phân tích và hướng dẫn giải

- Ta có $h(t)$ là nguyên hàm của $h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8}$, nên ta có

$$h(t) = \int h'(t) dt = \frac{1}{5} \int \sqrt[3]{t+8} dt = \frac{1}{5} \cdot \frac{(t+8)^{4/3}}{4/3} + C = \frac{3}{20} (t+8)^{4/3} + C.$$

- Lúc đầu bồn không chứa nước nên $h(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{20} (0+8)^{4/3} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{12}{5}$.

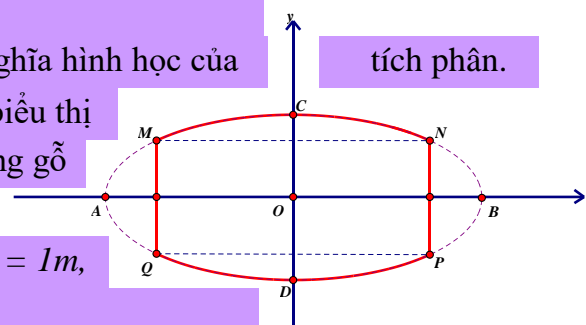
$$h(t) = \frac{3}{20} (t+8)^{4/3} - \frac{12}{5}.$$

- Vậy lượng nước bơm được sau thời gian 6 giây là $h(6) = \frac{3}{20} (6+8)^{4/3} - \frac{12}{5} = 2,66 \text{ cm}$.

Câu 13: Chọn đáp án B.

Phân tích bài toán:

- Để tính diện tích của phần gỗ ta cần dùng ý nghĩa hình học của tích phân.
- Đầu tiên ta cần lập phương trình đường Elip biểu thị bảng gỗ. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho bảng gỗ này đối xứng qua 2 trục Ox và Oy.
- Theo số liệu đề cho ta có được các độ dài $CD = 1m$, $MN = 1,5m$, $NP = 0,75m$.
- Đường Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có trục nhỏ $CD = 1m$ và đi qua điểm $N\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{8}\right)$, ta có



$$\begin{cases} 2b = 1 \\ \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a^2 = \frac{9}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{9}x^2 + 4y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2}$$

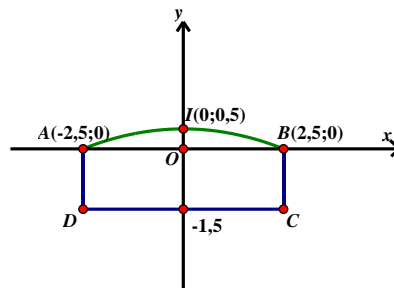
- Diện tích gỗ cần có được tính theo công thức

$$2 \int_{-0,75}^{0,75} \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2} dx = \int_{-0,75}^{0,75} \sqrt{1 - \frac{7}{9}x^2} dx \approx 1,4 m^2.$$

Câu 14: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Ta mô hình hóa cánh cửa rào bằng hình thang cong ADCB vuông tại C và D, cung AB như hình vẽ.
- Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho 2 điểm A, B nằm trên trục Ox như hình vẽ.
- Vậy diện tích cánh cửa sẽ bằng diện tích hình chữ nhật ABCD cộng thêm diện tích miền cong AIB. Để tính diện tích miền cong AIB ta cần dùng tích phân.
- Đầu tiên ta tìm cách viết phương trình Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biểu thị cho đường cong AIB. Parabol có đỉnh $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$, và cắt trục hoành tại 2 điểm



$$A\left(-\frac{5}{2}; 0\right), B\left(\frac{5}{2}; 0\right)$$

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = \frac{1}{2} \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ a \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ b = 0 \\ a = -\frac{2}{25} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}.$$

- Diện tích miền cong AIB được tính bằng công thức

$$\int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}\right) dx = \frac{5}{3}.$$

- Suy ra diện tích cánh cửa là $\frac{5}{3} + 1,5 = \frac{55}{6} (m^2)$.
- Giá 1m² cửa rào sắt giá 700.000. Vậy giá tiền cửa rào sắt là 6416666

Câu 15: Chọn đáp án A

-

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi $S(t)$ là số lượng vi khuẩn trong buồng cấy sau t giờ. Ta có $S(t)$ là nguyên hàm của hàm vận tốc $v(t)$

$$S(t) = \int v(t) dt = \int 450e^{1,1257t} dt = 450 \cdot \frac{1}{1,1257} \cdot e^{1,1257t} + C.$$

- Số lượng vi khuẩn lúc ban đầu là 500 con nên

$$S(0) = 500 \Leftrightarrow 450 \cdot \frac{1}{1,1257} \cdot e^{1,1257 \cdot 0} + C = 500 \Leftrightarrow C = 100,25$$

$$S(t) = 450 \cdot \frac{1}{1,1257} \cdot e^{1,1257t} + 100,25.$$

- Số vi khuẩn trong buồng cấy sau 3 giờ

$$S(3) = 450 \cdot \frac{1}{1,1257} \cdot e^{1,1257 \cdot 3} + 100,25 = 11807$$

Câu 16: Chọn đáp án B

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi $S(t)$ là quãng đường chất điểm đi được sau t giây đầu tiên. Ta có $S(t)$ là nguyên hàm của vận tốc $v(t) = t^2 \cdot e^{-t}$ (m/s)

$$S(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 \cdot e^{-t}) dt$$

- Dùng phương pháp nguyên hàm từng phần ta tính được

$$S(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 \cdot e^{-t}) dt = 2 - e^{-t}(t^2 + 2t + 2).$$

Câu 17: Chọn đáp án C

Phân tích và hướng dẫn giải

- Số lượng máy tính từ đầu tuần thứ 3 đến hết tuần thứ 4 là:

$$\int_2^4 4000 \left(1 - \frac{10}{10-t^2} \right) dt = 4000t \Big|_2^4 + \frac{40000}{t-10} \Big|_2^4 \approx 6333$$

Câu 18: Chọn đáp án D

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi $P(t)$ là dân số thế giới sau t năm tính từ 2003.

- Khi ấy theo đề ra ta có $P'(t) = e^{0,001t}$. Suy ra

$$P(t) = \int P'(t) dt = \int e^{0,001t} dt = \frac{1}{0,001} e^{0,001t} + C.$$

- Dân số năm 2009 (ứng với $t = 6$) là 4,5 tỷ người nên $P(6) = 4,5$

$$\Rightarrow P(6) = 4,5 \Leftrightarrow 4,5 = 1000e^{0,001 \cdot 6} + C \Leftrightarrow C = 4,5 - 1000e^{0,001 \cdot 6}.$$

- Do đó $P(t) = \frac{1}{0,001} e^{0,001 \cdot t} + 4,5 - 1000e^{0,001 \cdot 6}$.

- Suy ra $P(11) = \frac{1}{0,001} e^{0,001 \cdot 11} + 4,5 - 1000e^{0,001 \cdot 6} = 9,54$.

- Vậy dân số thế giới năm 2013 là 9,54 (tỷ người).

Câu 19: Chọn đáp án B

Phân tích và hướng dẫn giải

- Tốc độ thay đổi số dân của thị trấn vào năm thứ t là $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$. Suy ra nguyên hàm của $f'(t)$ là hàm số $f(t)$ mô tả số dân của thị trấn vào năm thứ t . Ta có

$$f(t) = \int f'(t) dt = \int \frac{120}{(t+5)^2} dt = \frac{-120}{t+5} + C.$$

- Số dân của thị trấn vào năm 1970 (ứng với $t = 0$) là

$$f(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{-120}{0+5} + C = 2 \Leftrightarrow C = 26$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{-120}{t+5} + 26.$$

- Vậy số dân của thị trấn vào năm 2008 (ứng với $t = 38$) là

$$f(38) = \frac{-120}{38+5} + 26 = 23,21 \text{ ngàn người.}$$

Câu 20: Chọn đáp án C

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi $M(t)$ là số tiền có được sau t (giờ) thực hiện việc quyên góp.
- Khi ấy theo đề ta có $M'(t) = 300t.e^{-0,1t}$. Suy ra

$$M(t) = \int M'(t) dt = \int 300t.e^{-0,1t} dt.$$

- Đặt $\begin{cases} u = 300t \\ dv = e^{-0,1t} dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 300dt \\ v = -\frac{1}{0,1} e^{-0,1t} \end{cases}$.

- Suy ra $M(t) = -3000t.e^{-0,1t} + \int 3000.e^{-0,1t} dt = -3000t.e^{-0,1t} - \frac{3000}{0,1}.e^{-0,1t} + C.$

- Lúc ban đầu ($t = 0$) thì số tiền quyên góp là

$$M(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{-3000}{0,1} + C = 0 \Leftrightarrow C = 30000.$$

- Do đó $M(t) = -3000t.e^{-0,1t} - 30000.e^{-0,1t} + 30000.$

- Sau 5 giờ số tiền quyên góp được là

$$M(5) = -30005.e^{-0,1.5} - 30000.e^{-0,1.5} + 30000 = 2706,12 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 21: Chọn đáp án B

Phân tích và hướng dẫn giải

- Vận tốc của khí hít vào được mô hình bởi công thức $v(t) = V \sin \frac{2\pi t}{5}$. Suy ra lượng

khí hít vào sau 2 giây là :

$$N(2) = \int_0^2 v(x) dx = \int_0^2 V \sin \frac{2\pi t}{5} dt = \frac{5V}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi.2}{5} \right) = 1,44V \text{ lít khí.}$$

Câu 22: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi $P(t)$ là lợi nhuận phát sinh của vốn sau t năm đầu tư. Ta có $P(t)$ là nguyên hàm của hàm tốc độ $P'(t)$.
- Lợi nhuận phát sinh sau 10 năm đầu tiên là

$$\int_0^{10} P'(t) dt = \int_0^{10} (126 + t^2) dt = \frac{4780}{3} \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 23: Chọn đáp án C.

Phân tích:

- Vật chuyển động chậm dần với vận tốc tại giây thứ t là $v(t) = 150 - 10t$ (m/s). Ta biết rằng quãng đường vật đi được $s(t)$ chính là nguyên hàm của vận tốc $v(t)$.
- Khi vật dừng hẳn là thời điểm t sao cho $v(t) = 0 \Leftrightarrow 150 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 15(s)$. Suy ra sau khi bắt đầu chuyển động chậm dần thì vật đi thêm được trong thời gian 16s thì dừng lại.
- Vậy quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 4s trước khi dừng hẳn chính là tích phân của hàm $v(t) = 150 - 10t$ (m/s) từ $t = 11s$ đến khi $t = 15s$.

Hướng dẫn giải:

- Vật chuyển động chậm dần cho đến khi dừng hẳn thì

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 150 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 15(s).$$

- Quãng đường vật đi được từ giây thứ 13 đến giây thứ 16 là

$$S = \int_{11}^{15} v(t) dt = \int_{11}^{15} (150 - 10t) dt = 80(m).$$

Câu 24: Chọn đáp án B.

Phân tích:

- Đề bài cho biểu thức gia tốc của vật chuyển động là $a(t) = \frac{2}{t+2}$ (m/s^2).
- Ta biết rằng vận tốc chuyển động $v(t)$ của vật chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$.
- Từ đó ta lập công thức tính $v(t) = \int a(t) dt$, kết hợp với điều kiện vận tốc ban đầu $v_0 = 7m/s$.
- Suy ra công thức tính vận tốc $v(t)$ của vật tại thời điểm t và tính được $v(5)$.

Hướng dẫn giải:

- Vận tốc của vật tại thời điểm t được tính theo công thức

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{2}{t+2} dt = 2 \ln|t+2| + C.$$

- Vì vận tốc ban đầu (lúc $t=0$) của vật là $v_0 = 6m/s$ nên

$$v(0) = 2 \ln|0+2| + C = 7 \Leftrightarrow C = 7 - 2 \ln 2 \Rightarrow v(t) = 2 \ln|t+2| + 7 - 2 \ln 2.$$

- Vận tốc của vật chuyển động tại giây thứ 5 là

$$v(5) = 2\ln|5+2| + 7 - 2\ln 2 \approx 9,51 \text{ m/s}.$$

Câu 25: Chọn đáp án C.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Độ cao của tên lửa là nguyên hàm của vận tốc, suy ra

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-9,8t + 30) dt = -4,9t^2 + 30t + C_2$$

$$\text{Vì } s(0) = 0 \text{ nên } s(0) = -4,9 \cdot 0^2 + 30 \cdot 0 + C_2 = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0 \Rightarrow s(t) = -4,9t^2 + 30t.$$

- Đồ thị của hàm số $s(t) = -4,9t^2 + 30t$ là đường cong Parabol có đỉnh $I\left(\frac{150}{49}; \frac{2250}{49}\right)$

nên tên lửa đạt độ cao lớn nhất là $\frac{2250}{49}$ (m) tại thời điểm $t = \frac{150}{49}$ (s).

Câu 26: Chọn đáp án B.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Tốc độ phát triển của vi khuẩn tại ngày thứ t là $F'(t) = \frac{1000}{t+1}$. Suy ra số lượng vi khuẩn vào ngày thứ t được tính theo công thức

$$F(t) = \int F'(t) dt = \int \frac{1000}{t+1} dt = 1000 \ln|t+1| + C = 1000 \ln|t+1| + C.$$

- Lúc ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn nên

$$F(0) = 2000 \Leftrightarrow 1000 \ln|2 \cdot 0 + 1| + C = 2000 \Leftrightarrow C = 2000$$

$$\Rightarrow F(t) = 1000 \ln|t+1| + 2000.$$

- Số vi khuẩn sau 10 ngày là $F(10) = 1000 \ln|2 \cdot 10 + 1| + 2000 = 5044,52$ con và bệnh nhân không cứu được.

Câu 27: Chọn đáp án B.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Ta có sau 15s thì xe đạt vận tốc 15 m/s (áp dụng $v = v_0 + at$)

$$15 = 12 + a \cdot 15 \Rightarrow a = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

- Vận tốc mà xe đạt sau 30s là $v = 12 + 0,2t$

- Vậy quãng đường xe đi được sau khi tăng tốc 30s là $S = \int_0^{30} (12 + 0,2t) dt = 450 \text{ m}.$

Câu 28: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Khi kéo lò xo từ 10 cm đến 15 cm nó bị kéo căng thêm $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}.$

$$\Rightarrow f(0,05) = 40 \Leftrightarrow 0,05k = 40 \Rightarrow k = 800. \text{ Do đó } f(x) = 800x$$

- Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 15 cm đến 20 cm là $W = \int_{0,05}^{0,1} f(x) dx$

$$\Rightarrow W = \int_{0,05}^{0,1} f(x) dx = \int_{0,05}^{0,1} (800x) dx = 800 \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{0,05}^{0,1} = 3 \text{ (J)}$$

Câu 29: Chọn đáp án B.

Hướng dẫn giải

- Số lượng máy tính từ đầu tuần thứ 3 đến hết tuần thứ 4

$$\text{là: } \int_3^4 2000 \left(1 - \frac{10}{(10-t)^2} \right) dt = 1523$$

Câu 30: Chọn đáp án B.

Hướng dẫn giải

- Vận tốc của khí hít vào được mô hình bởi công thức $v(t) = V \sin \frac{3\pi t}{5}$. Suy ra lượng khí hít vào sau 2 giây là :

$$N(2) = \int_0^2 v(x) dx = \int_0^2 V \sin \frac{3\pi t}{5} dt = \frac{5V}{3\pi} \left(1 - \cos \frac{3\pi \cdot 2}{5} \right) = 1,06V \text{ lít khí.}$$

Câu 31: Chọn đáp án B.

Hướng dẫn giải

- Ta có: $100 \text{ km/h} = \frac{250}{9} \text{ m/s}$, vận tốc nhanh dần đều là: $v = 20t + \frac{250}{9}$

- Gọi t_0 là thời gian xe hoàn thành $4000 - 260 = 3740 \text{ m}$ còn lại.

- Ta có $S = \int_0^{t_0} \left(20t + \frac{250}{9} \right) dt = \left(10t^2 + \frac{250}{9}t \right) \Big|_0^{t_0} = 10t_0^2 + \frac{250}{9}t_0$

$$\Rightarrow 10t_0^2 + \frac{250}{9}t_0 = 3740 \Leftrightarrow \begin{cases} t_0 = 18 \\ t_0 = -\frac{187}{9} \text{ (l)} \end{cases} \Rightarrow t_0 = 18 \text{ s}$$

- Thời gian xe hoàn thành 4km đường đua là $3 + 18 = 21 \text{ s}$.

Câu 32: Chọn đáp án C.

Hướng dẫn giải

- Ta có $18 \text{ km/h} = \frac{18}{3,6} = 5 \text{ m/s}$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian

$$t: S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \text{ vậy trong giây thứ 5 quãng đường nó đi được là}$$

$$DS = 5 \cdot 5 + \frac{a \cdot 5^2}{2} - 5 \cdot 4 - \frac{a \cdot 4^2}{2} = 5,9 \text{ m } a = 0,2 \text{ m/s}^2$$

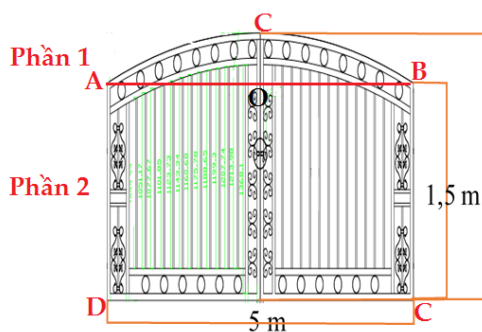
- Vậy quãng đường mà vật đi được sau 10s kể từ lúc bắt đầu chuyển động

$$S = \int_0^{10} (5 + 0,2t) dt = 60 \text{ m}$$

Câu 33: Chọn đáp án C.

Hướng dẫn giải

Từ hình vẽ ta chia cửa rào sắt thành 2 phần như sau:



Khi đó $S = S_1 + S_2 = S_1 + 5,1, 5 = S_1 + 7,5$

Để tính S_1 ta vận dụng kiến thức diện tích hình phẳng của tích phân.

Gắn hệ trục Oxy trong đó O trùng với trung điểm AB , $OB \subset Ox, OC \subset Oy$,

Theo đề bài ta có đường cong có dạng hình Parabol. Giả sử $(P): y = ax^2 + bx + c$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} A\left(-\frac{5}{2}; 0\right) \in (P) \\ B\left(\frac{5}{2}; 0\right) \in (P) \\ C\left(0, \frac{1}{2}\right) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{25}{4}a - \frac{5}{2}b + c = 0 \\ \frac{25}{4}a + \frac{5}{2}b + c = 0 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{Diện tích } S_2 = 2 \int_0^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}\right) dx = \frac{10}{6} (m^2) \Rightarrow S = \frac{55}{6} (m^2) \Rightarrow \frac{55}{6} \cdot 600.000 = 5.500.000 \text{ đồng}$$

Câu 34: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Ta có $i = \frac{u}{R} = 0,02 \cos(100\pi t)$ (A). Ta có $i(t) = q'(t)$
- Do đó $q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$. Xét điện lượng từ $t = 0$ đến $t = \frac{1}{600}$ s
- Ta có: $q = 0,02 \int_0^{\frac{1}{600}} \cos(100\pi t) dt = 3,18 \cdot 10^{-5} C$.

Câu 35: Chọn đáp án B.

Hướng dẫn giải

- Ta có $v = \int a(t) dt = \int \frac{-20}{(2t+1)^2} dt = \frac{10}{2t+1} + C$
- Khi $t = 0 \Rightarrow v(0) = 30 \Leftrightarrow \frac{10}{1+2 \cdot 0} + C = 40 \Leftrightarrow C = 30$
- Do đó biểu thức vận tốc theo thời gian là $v(t) = 20 + \frac{10}{2t+1} (m/s)$.

Câu 36: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Ta biết rằng cường độ dòng điện là lượng điện tích đi qua tiết diện vật dẫn trong một đơn vị thời gian. Nếu gọi hàm $i(t)$ biểu thị cho cường độ dòng điện thì lượng điện tích $q(t)$ là nguyên hàm của $i(t)$.
- Ta có biểu thức điện tích $q(t) = \int i(t) dt = \int (0,3 - 0,2t) dt = 0,3t - 0,1t^2 + C$
- Ta có khi $q(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$. Do đó tổng điện tích đi qua một điểm trong 0,05 s là:

$$q(0,05) = 0,3 \cdot (0,05) - 0,1 \cdot (0,05)^2 = 0,015 \text{ mC}.$$

Câu 37: Chọn đáp án D.

Hướng dẫn giải

- Lưu ý $1nF = 10^{-9} F$, $1\mu s = 10^{-6} s$.
- Ta biết rằng điện tích $q(t)$ là nguyên hàm của cường độ dòng điện $i(t)$
- Ta có $U_c = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{0,042 \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^{-9}} \int t dt = \left(\frac{4,94 \cdot 10^3}{2} \right) t^2 + K$
- Theo giả thiết ta có $U(0) = 0 \Leftrightarrow K = 0$
- Do đó $U_c(t) = 2,47 \cdot 10^3 t^2$
- Khi $U_c(2\mu s) = 2,47 \cdot 10^3 (2 \cdot 10^{-6})^2 = 9,882 \cdot 10^{-9} = 9,882 nV$.

Câu 38: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Đầu tiên ta sẽ xác định hằng số lò xo (theo đơn vị m) Ta có $F = kx$
 $\Leftrightarrow 12 = k(18 - 16) \cdot 10^{-2} \Rightarrow k = 600 N / m$
- Do đó ta có $F = 600x$. Nên công sinh ra được xác định $A = \int_{0,02}^{0,04} f(x) dx = \int_{0,02}^{0,04} 600x dx$
 $\Rightarrow A = 300(x^2) \Big|_{0,02}^{0,04} = 3,6 N$.

Câu 39: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Gọi x là thời gian cần thiết để người đó đạt đến tốc độ 120km/h.
- Ta nhận xét độ tăng vận tốc trong thời gian này cũng chính là tích phân của hàm $f(t)$ với $t = 0$ đến $t = x$. Như vậy ta xét phương trình sau :

$$\int_0^x \left(\frac{1}{300} t^2 + \frac{1}{1350} t \right) dt = \frac{120}{3600} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{900} t^3 + \frac{1}{2700} t^2 \right) \Big|_0^x = \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{1}{900} x^3 + \frac{1}{2700} x^2 = \frac{1}{30} \Leftrightarrow x = 3(s)$$

Câu 40: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Ta nhận xét nguyên hàm của $f(t)$ và $g(t)$ chính là hàm vận tốc của hai người.
- Hàm vận tốc của người thứ nhất: $\int f(t) dt = \int \left(\frac{3}{100} t + \frac{1}{10} \right) dt = \frac{3}{200} t^2 + \frac{1}{10} t + C_1 (m/s)$.
- Do vận tốc đầu của cả hai người đều là 0m/s nên $C_1 = 0$, vậy hàm vận tốc của người thứ nhất là: $f_1(t) = \frac{3}{200} t^2 + \frac{1}{10} t (m/s)$.
- Tương tự, hàm vận tốc của người thứ hai : $g_1(t) = \int \frac{8}{25} dt = \frac{8}{25} t (m/s)$.
- Nguyên hàm của $f_1(t)$, $g_1(t)$ là hàm quãng đường của 2 người.

- Hàm quãng đường của người thứ nhất:

$$f_2(t) = \int f_1(t) dt = \int \left(\frac{3}{200} t^2 + \frac{1}{10} t \right) dt = \frac{1}{200} t^3 + \frac{1}{20} t^2 \quad (\text{m})$$

- Từ đây ta suy ra thời gian để người thứ nhất hoàn tất 400m là 40s.
- Hàm quãng đường của người thứ hai: $g_2(t) = \int g_2(t) dt = \int \left(\frac{8}{25} t \right) dt = \frac{4}{25} t^2 \quad (\text{m})$.
- Thời gian để người thứ hai hoàn tất 400m là 50s.
- Như vậy thời gian chênh lệch của 2 người là 10s. => **đáp án B**.

Câu 41: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Lúc bắt đầu đạp phanh, tức là tại thời điểm t_0 , xe máy có vận tốc $v_0 = 8 \text{ (m/s)}$.
Suy ra $v(t_0) = -4t_0 + 8 = 8 \Leftrightarrow t_0 = 0$.
- Khi xe máy dừng lại tại thời điểm t_1 thì vận tốc $v_1 = 0 \text{ (m/s)}$. Suy ra
 $v(t_1) = -4t_1 + 8 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 2$.
- Ta có mối liên hệ giữa 2 đại lượng biến thiên quãng đường đi được $S(t)$ và vận tốc $v(t)$ là: Nguyên hàm của vận tốc $v(t)$ chính là quãng đường đi được $S(t)$. Suy ra quãng đường đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là tích phân của hàm $v(t)$ khi thời gian t từ 0s đến 2s.

$$\int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-4t + 8) dt = \left(-4 \frac{t^2}{2} + 8t \right) \Big|_0^2 = 8 \text{ m}.$$

Câu 42: Chọn đáp án A.

Phân tích và hướng dẫn giải

- Hàm vận tốc $v(t) = at^2 + bt + c$ có dạng là đường Parabol có đỉnh $I(10;50)$, đồng thời đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$, suy ra

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 10 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 20a + b = 0 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 0 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \\ b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{1}{2} t^2 + 10t.$$

- Theo đồ thị thì xe bắt đầu tăng tốc lúc $t = 0$ và đạt vận tốc cao nhất lúc $t = 10$ s nên quãng đường đi được của xe từ lúc bắt đầu tăng tốc đến lúc đạt vận tốc cao nhất

$$\int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2} t^2 + 10t \right) dt = \left(-\frac{1}{6} t^3 + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{1000}{3} \text{ m}.$$

Câu 43: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Số lượng của vi khuẩn tại ngày thứ t được mô hình bởi hàm số $B(t)$ là nguyên hàm của $B'(t)$.

$$B(t) = \int \frac{1000}{(1+0,25t)^2} dt = 1000 \int (1+0,25t)^{-2} dt = -\frac{1000}{0,25(1+0,25t)} + C.$$

- Số lượng vi khuẩn lúc ban đầu là 600 con trên mỗi ml nước nên

$$B(0) = 600 \Leftrightarrow -\frac{1000}{0,25(1+0,25 \cdot 0)} + C = 600 \Leftrightarrow C = 4600.$$

- Suy ra hàm số biểu thị cho số lượng vi khuẩn tại ngày thứ t là

$$B(t) = -\frac{1000}{0,25(1+0,25t)} + 4600.$$

- Số lượng vi khuẩn dưới 4000 con trên mỗi ml nước thì người bơi vẫn an toàn; và người bơi không an toàn khi

$$\begin{aligned} B(t) \geq 4000 &\Leftrightarrow -\frac{1000}{0,25(1+0,25t)} + 4600 \geq 4000 \\ &\Leftrightarrow -\frac{1000}{0,25(1+0,25t)} \geq -600 \Leftrightarrow 1+0,25t \geq \frac{20}{3} \Leftrightarrow t \geq \frac{68}{3} \approx 22,67. \end{aligned}$$

- Vậy sau ngày thứ 23 thì số lượng vi khuẩn sẽ là 4000 con và hồ bơi bắt đầu cần thay nước

Câu 44: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Ta biết rằng chiều cao $h(t)$ của mực nước bơm được chính là nguyên hàm của tốc độ tăng $h'(t)$ của chiều cao mực nước.

$$h(t) = \int h'(t) dt = \int \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3} dt = \frac{3}{2000} (t+3)^{\frac{4}{3}} + C.$$

- Lúc ban đầu (tại $t=0$) hồ bơi không chứa nước, nghĩa là

$$h(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2000} (0+3)^{\frac{4}{3}} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}.$$

- Suy ra mực nước bơm được tại thời điểm t giây là

$$h(t) = \frac{3}{2000} (t+3)^{\frac{4}{3}} - \frac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}.$$

- Theo giả thiết, lượng nước bơm được bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi nên ta có

$$h(t) = \frac{3}{4} h_1 \Leftrightarrow \frac{3}{2000} (t+3)^{\frac{4}{3}} - \frac{3^{\frac{7}{3}}}{2000} = \frac{3}{4} \cdot 300 \Rightarrow t \approx 7619s.$$

- Vậy sau khoảng thời gian 2 giờ 7 phút thì bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi.

Câu 45: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Lượng nước lũ đã xả trong khoảng thời gian 30 phút (1800 giây) sẽ bằng

$$L = \int_0^{1800} v'(t) dt = \int_0^{1800} (10t + 500) dt = (5t^2 + 500t) \Big|_0^{1800} = 17,1 \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{)}.$$

- Vậy trong khoảng thời gian 30 phút, nhà máy đã xả một lượng nước là 17,1 triệu khối, tức là hồ chứa nước đã thoát đi 17,1 triệu khối nước.

Câu 46: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

- Gọi $S(t)$ là số đơn vị sản phẩm mà công nhân sản xuất được sau t giờ tính từ lúc 7 giờ sáng. Ta có

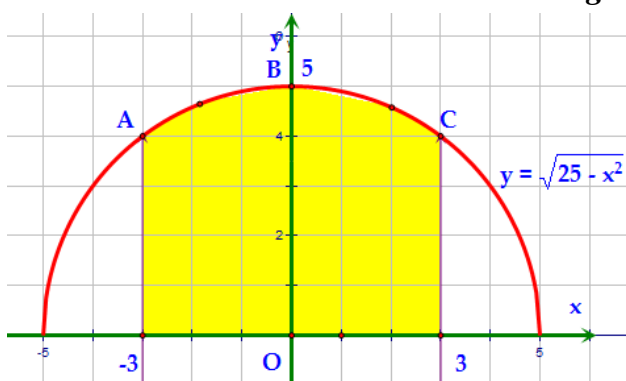
$$S'(t) = q(t) = 100 + e^{-0,5t}$$

- Số đơn vị sản phẩm người đó sản xuất được từ 8 giờ sáng ($t=1$) đến 11 giờ trưa ($t=5$) là

$$\int_1^5 q(t) dt = \int_1^5 (100 + e^{-0,5t}) dt \approx 401 \text{ đơn vị sản phẩm.}$$

Câu 47: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải



Xét đường cong cạnh bên của cái lu là đường AC và chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Khi đó ta có $BC : y = \sqrt{25 - x^2} > 0$

Khi đó thể tích của cái lu chính là

$$V_{lu} = 2\pi \int_0^3 (\sqrt{25 - x^2})^2 dx = 132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

Câu 48: Chọn đáp án C.

Hướng dẫn giải

Gắn mặt phẳng tọa độ Oxy trùng với mặt cắt vuông góc với hình trụ

Ta có $OB=4, \angle AOB=30^\circ$. Nếu gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của cái nệm cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x .

Cụ thể $S(x)$ là diện tích của các tam giác vuông tại đỉnh thuộc cung Bx .

$$\text{Do đó } S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{16 - x^2} \sqrt{16 - x^2} \tan 30^\circ = \frac{16 - x^2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Khi đó thể tích của cái nệm bằng } V = 2 \int_0^4 S(x) dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_0^4 (16 - x^2) dx = \frac{128\sqrt{3}}{9} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Câu 49: Chọn đáp án B.

Hướng dẫn giải

Gắn mặt phẳng tọa độ Oxy trùng với mặt cắt vuông góc với hình trụ

Ta có $OB=1, \angle AOB=45^\circ$. Nếu gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của cái nệm cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x .

Cụ thể $S(x)$ là diện tích của các tam giác vuông tại đỉnh thuộc cung Bx .

$$\text{Do đó } S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-x^2} \tan 45^\circ = \frac{1-x^2}{2}$$

$$\text{Khi đó thể tích của cái nôm bằng } V = 2 \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 (1-x^2) dx = \frac{2}{3} (m^3) .$$

Câu 50: Chọn đáp án A.

Hướng dẫn giải

Gắn mặt phẳng tọa độ Oxy trùng với mặt cắt vuông góc với hình trụ

Ta có $OB = 15, \angle AOB = 45^\circ$. Nếu gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của cái nôm cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x .

Cụ thể $S(x)$ là diện tích của các tam giác vuông tại đỉnh thuộc cung Bx .

$$\text{Do đó } S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{15^2 - x^2} \sqrt{15^2 - x^2} \tan 45^\circ = \frac{15^2 - x^2}{2}$$

$$\text{Khi đó thể tích của cái nôm bằng } V = 2 \int_0^{15} S(x) dx = \int_0^{15} (15^2 - x^2) dx = 2250 (cm^3) .$$