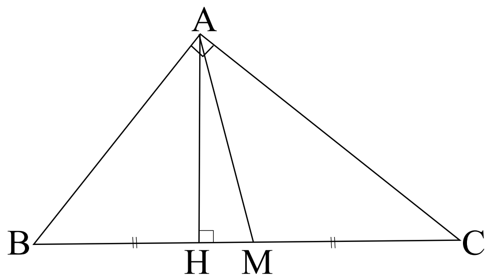
VẤN ĐỀ 1: ÔN TẬP HÌNH HỌC PHẲNG

1/ Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

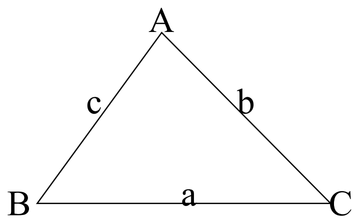
Cho ΔABC vuông tại A, AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Ta có:



- ✧ $BC^2 = AB^2 + AC^2 \ (Pitago)$
- ✧ $AH.BC = AB.AC$
- ✧ $AB^2 = BH.BC,\ AC^2 = CH.CB$
- ✧ $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2},\ AH^2 = HB.HC$
- ✧ $AM = \dfrac{BC}{2}$

2/ Các hệ thức lượng trong tam giác bất kỳ

a) Định lí hàm số cosin

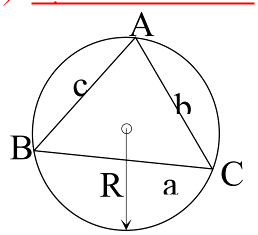


$$* \ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$* \ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$* \ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

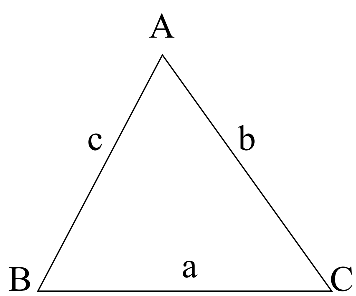
b) Định lí hàm số sin



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

c) Công thức tính diện tích của tam giác



- ✧ $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}a.h_a = \dfrac{1}{2}b.h_b = \dfrac{1}{2}c.h_c$
- ✧ $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}ab\sin C = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{1}{2}ac\sin B$
- ✧ $S_{\Delta ABC} = \dfrac{abc}{4R},\ S_{\Delta ABC} = p.r$

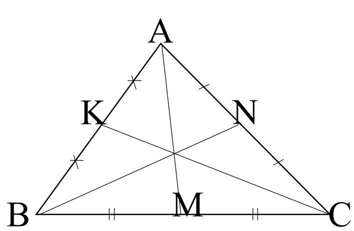
$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\ \left(p = \dfrac{a+b+c}{2}\right)$

p – nửa chu vi

r – bán kính đường tròn nội tiếp

R – bk đường ngoại nội tiếp

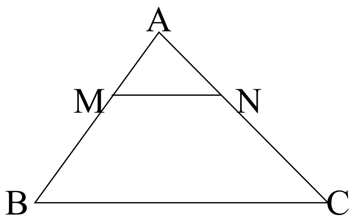
d) Công thức tính độ dài đường trung tuyến của tam giác



$$* \ AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \quad * \ BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$$

$$* \ CK^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$$

3/ Định lí Talet

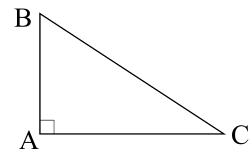
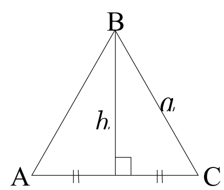
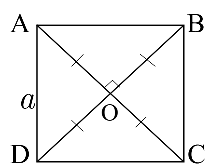
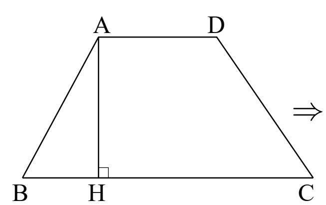
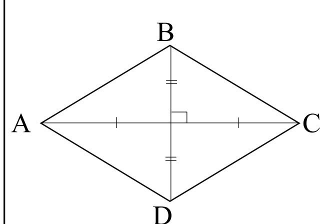


$* \; MN // BC \Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC} = k$

$* \; \dfrac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\dfrac{AM}{AB}\right)^2 = k^2$

(Tỉ diện tích bằng tỉ bình phương đồng dạng)

4/ Diện tích của đa giác

a/ Diện tích tam giác vuông Diện tích tam giác vuông bằng ½ tích 2 cạnh góc vuông.	 $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AB.AC$
b/ Diện tích tam giác đều + Diện tích tam giác đều: $S_{\Delta \text{đều}} = \dfrac{(\text{cạnh})^2 . \sqrt{3}}{4}$ + Chiều cao tam giác đều: $h_{\Delta \text{đều}} = \dfrac{(\text{cạnh}) . \sqrt{3}}{2}$	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$
c/ Diện tích hình vuông và hình chữ nhật + Diện tích hình vuông bằng cạnh bình phương. + Đường chéo hình vuông bằng cạnh nhân $\sqrt{2}$. + Diện tích hình chữ nhật bằng dài nhân rộng.	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{HV} = a^2 \\ AC = BD = a\sqrt{2} \end{cases}$
d/ Diện tích hình thang Diện tích hình thang: $S_{\text{Hình Thang}} = \dfrac{1}{2}$.(đáy lớn + đáy bé) . chiều cao	 $\Rightarrow S = \dfrac{(AD + BC).AH}{2}$
e/ Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc + Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc nhau bằng ½ tích hai đường chéo. + Hình thoi có hai đường chéo vuông góc nhau tại trung điểm của mỗi đường.	 $\Rightarrow S_{H.Thoi} = \dfrac{1}{2} AC.BD$
Lưu ý: Trong tính toán diện tích, ta có thể chia đa giác thành những hình đơn giản dễ tính diện tích, sau đó cộng các diện tích được chia này, ta được diện tích đa giác.	

VẤN ĐỀ 2: ÔN TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN 11

1/ Chứng minh đường thẳng $d \,//\, mp(\alpha)$

a. ***Phương pháp 1:*** Chứng minh $\left.\begin{cases} d \,//\, d' \\ d' \subset (\alpha) \\ \left(d \not\subset (\alpha)\right) \end{cases}\right\} \Rightarrow d \,//\, mp(\alpha)$

b. *Phương pháp 2:* Chứng minh $\left.\begin{cases} d \subset (\beta) \\ (\beta) \mathbin{//} (\alpha) \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \mathbin{//} mp(\alpha)$

c. *Phương pháp 3:* Chứng minh d và (α) cùng vuông góc với một đường thẳng hoặc cùng vuông góc với một mặt phẳng.

2/ Chứng minh $mp(\alpha) \mathbin{//} mp(\beta)$

a. *Phương pháp 1:* Chứng minh $mp(\alpha)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau song song với $mp(\beta)$.

b. *Phương pháp 2:* Chứng minh $mp(\alpha)$ và $mp(\beta)$ cùng song song với 1 mặt phẳng hoặc cùng vuông góc với 1 đường thẳng.

3/ Chứng minh hai đường thẳng song song:

a. *Phương pháp 1:* Hai $mp(\alpha),(\beta)$ có điểm chung S và lần lượt chứa 2 đường thẳng song song a,b thì $(\alpha)\cap(\beta) = Sx \mathbin{//} a \mathbin{//} b$.

b. *Phương pháp 2:* Chứng minh $\left.\begin{cases} a \mathbin{//} mp(\alpha) \\ a \subset mp(\beta) \\ (\alpha)\cap(\beta) = b \end{cases}\right\rangle \Rightarrow a \mathbin{//} b$.

c. *Phương pháp 3:* Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.

d. *Phương pháp 4:* Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song theo giao tuyến song song.

e. *Phương pháp 5:* Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

f. *Phương pháp 6:* Sử dụng phương pháp hình học phẳng: Đường trung bình, định lí Talét đảo, …

4/ Chứng minh đường thẳng $d \perp mp(\alpha)$

a. *Phương pháp 1:* Chứng minh: $\left.\begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ a \cap b \\ a,b \subset mp(\alpha) \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

b. *Phương pháp 2:* Chứng minh: $\left.\begin{cases} d \mathbin{//} d' \\ d' \perp mp(\alpha) \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

c. *Phương pháp 3:* Chứng minh: $\left.\begin{cases} d \perp mp(\beta) \\ mp(\beta) \mathbin{//} mp(\alpha) \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \perp mp(\alpha)$

d. *Phương pháp 4:* Hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ 3 thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ 3: $\left.\begin{cases} (\alpha) \perp (P) \\ (\beta) \perp (P) \\ (\alpha)\cap(\beta) = d \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \perp (P)$

e. *Phương pháp 5:* Có hai mặt phẳng vuông góc, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của 2 mặt phẳng, cũng vuông góc với mặt phẳng kia: $\left.\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha)\cap(\beta) = a \\ d \subset (\alpha) \\ d \perp a \end{cases}\right\rangle \Rightarrow d \perp (\beta)$

5/ Chứng minh đường thẳng $d \perp d'$

a. *Phương pháp 1:* Đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì $d \perp$ tất cả các đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

b. *Phương pháp 2:* Sử dụng định lý ba đường vuông góc.

c. *Phương pháp 3:* Chứng tỏ góc giữa d và d' bằng 90^0.

d. *Phương pháp 4:* Sử dụng hình học phẳng.

6/ Chứng minh $mp(\alpha) \perp mp(\beta)$

a. *Phương pháp 1:* Chứng minh $\left\{ \begin{matrix} (\alpha) \supset d \\ d \perp (\beta) \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow mp(\alpha) \perp mp(\beta)$ (chứng minh mp chứa 1 đường thẳng vuông góc với mp kia)

b. *Phương pháp 2:* Chứng tỏ góc giữa hai mặt phẳng bằng 90^0.

PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

(Phần này cần nắm cho thật vững)

I. TÍNH GÓC

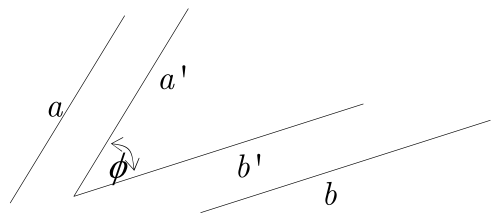
1. Tính góc giữa hai đường thẳng a và b chéo nhau

Phương pháp : Có thể sử dụng một trong các cách sau:

a. Cách 1: (theo phương pháp hình học)

+ Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau thì bằng 0

+ Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau*: Là góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau lần lượt vẽ cùng phương với hai đường thẳng đó:*



$$\left\{ \begin{matrix} a \ // \ a' \\ b \ // \ b' \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow (\widehat{a,b}) = (\widehat{a',b'}) = \phi$$

*(**chú ý**: Góc giữa hai đường thẳng chỉ lấy góc nhọn không lấy góc tù)*

***b. Cách 2 : (theo phương pháp véc tơ)*:** $\cos(a,b) == \dfrac{\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$.

2. Tính góc giữa đường thẳng a *và mặt phẳng* (P)

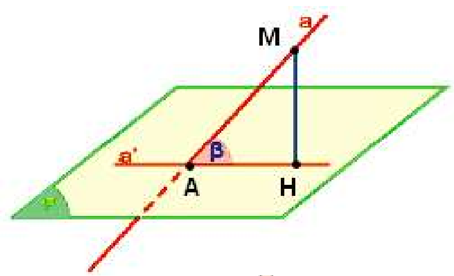
Phương pháp xác định :

+ $a \cap (P) = \{A\}$

+ Trên đường thẳng a lấy điểm M bất kỳ.

+ Tìm điểm H là hình chiếu của M trên mp $(P) \Rightarrow MH \perp (P)$

+ $\widehat{a;(P)} = \widehat{MAH} = \beta$



Chú ý: *đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc bằng 0*

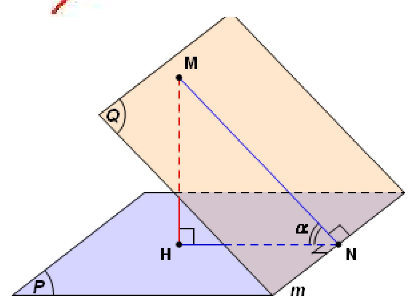
3. Xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) *và* (Q)

Phương pháp :

+ Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q)

+ Tìm 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng (P) và (Q) đồng thời 2 đường thẳng này cùng vuông góc với giao tuyến chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q)

+ Góc của 2 mặt phẳng (P) và (Q) là góc của 2 đường thẳng cùng vuông góc với giao tuyến chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q)



Chú ý: 2 mặt phẳng song song hoặc trùng nhau thì góc bằng 0

II. TÍNH KHOẢNG CÁCH

1. Tính các khoảng cách giữa một điểm và mặt phẳng

Phương pháp : Để tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng , ta phải đi tìm đoạn vuông góc vẽ từ điểm đó đến mặt phẳng , ta hay dùng một trong hai cách sau :

Cách 1 :

+ Tìm một mặt phẳng *(Q)* chứa *M* và vuông góc với *(P)* .

+ Xác định $m=(P)\cap(Q)$.

+ Dựng $MH\perp m=(P)\cap(Q)$, $\Rightarrow MH\perp(P)$

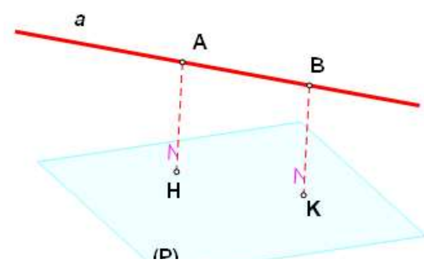
Suy ra MH là đoạn cần tìm .

Cách 2: Dựng $MH//AK\perp(P)$

Chú ý :

+ Nếu $MA//(P)\Rightarrow d_{[M,(P)]}=d_{[M,(P)]}$.

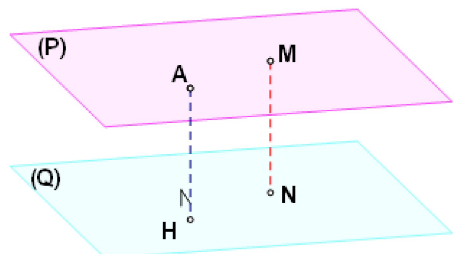
+ Nếu $MA\cap(P)=I\Rightarrow\dfrac{d_{[M,(P)]}}{d_{[M,(P)]}}=\dfrac{IM}{IA}$



2. Khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng:

+ *Khi* $a//(P)\Rightarrow d_{[a,(P)]}=d_{[A,(P)]}$ với $A\in(P)$.

+ *Khi đường thẳng* $a\cap(P)$ *hoặc* $a\subset(P)$ *thì khoảng cách bằng 0*



3. Khoảng cách từ một mặt phẳng đến một mặt phẳng :

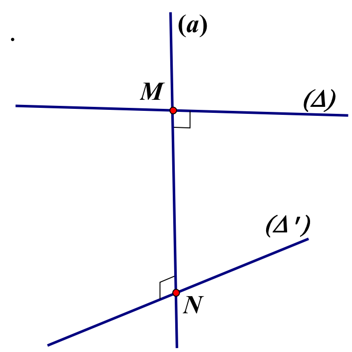
+ *Khi* $(P)//(Q)\Rightarrow d_{[(P),(Q)]}=d_{[M,(Q)]}$ với $A\in(P)$.

+ *Khi* $\left[\begin{array}{l}(P)\cap(Q)\\(P)\equiv(Q)\end{array}\right.\Rightarrow d_{[(P),(Q)]}=0$

4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

a. Khi $\left[\begin{array}{l}(\Delta)\cap(\Delta')\\(\Delta)\equiv(\Delta')\end{array}\right.\Rightarrow d_{[(\Delta),(\Delta')]}=0$.

b. Khi $(\Delta)//(\Delta')\Rightarrow d_{[(\Delta),(\Delta')]}=d_{[M,(\Delta')]}=d_{[N,(\Delta)]}$ với $M\in(\Delta)$, $N\in(\Delta')$.



c. Khi hai đường thẳng chéo nhau :

+ Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau (Δ) và (Δ') là đường thẳng (a) cắt (Δ) ở M và cắt (Δ') ở N đồng thời vuông góc với cả (Δ) và (Δ').

+ Đoạn MN được gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau (Δ) và (Δ').

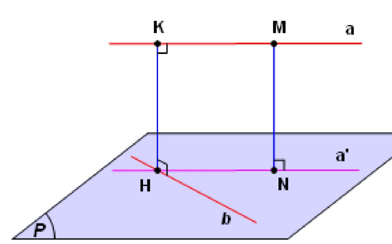
+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó .

Phương pháp :

+ ***Cách 1 :*** Dựng mặt phẳng *(P)* chứa đường thẳng *a* và song song với *b* .Tính khoảng cách từ *b* đến *mp(P)*

+ ***Cách 2 :*** Dựng hai mặt phẳng song song và lần lượt chứa hai đường thẳng . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là khoảng cách cần tìm .

+ **Cách 3 :** Dựng đoạn vuông góc chung và tính độ dài đoạn đó .



*** Cách dựng đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau :**

+ Dựng $(P)\supset b,(P)//a$.

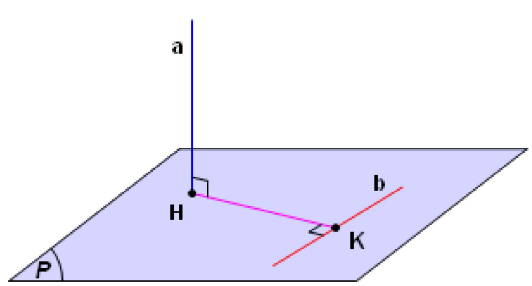
+ Dựng $a'=hch_{(P)}a$, bằng cách lấy $M\in a$

+ Dựng đoạn $MN\perp(\alpha)$, lúc đó *a'* là đường thẳng đi qua *N* và song song a .

+ Gọi $H=a'\cap b$, dựng $HK//MN$

$\Rightarrow HK$ **là đoạn vuông góc chung cần tìm**

(Hay MN **là đoạn vuông góc chung cần tìm) .**



**** Nếu hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc nhau thì:***

+ Dựng một $mp(P)\supset b,(P)\perp a$ tại H .

+ Trong *(P)* dựng $HK\perp b$ tại K .

+ Đoạn HK là đoạn vuông góc chung của a và b .

VẤN ĐỀ 3: TÍNH CHẤT CỦA MỘT SỐ HÌNH ĐẶC BIỆT

I. HÌNH CHÓP ĐỀU

1/ Định nghĩa: Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu có ***đáy là một đa giác đều*** và ***có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy***.

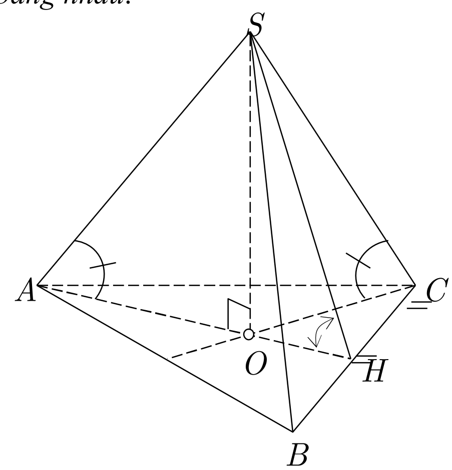
Nhận xét:

+ Hình chóp đều có các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.
+ Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau.
+ Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.
+ Đáy là đa giác đều (tam giác đều, hình vuông ...)

2/ Hai hình chóp đều thường gặp

a/ Hình chóp tam giác đều:

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Khi đó:
+ Đáy ABC là tam giác đêu.
+ Các mặt bên là các tam giác cân tại S .
+ Chiều cao: SO .(O là tâm của đáy)
+ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO}$.
+ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\widehat{SHO}$.
+ Tính chất: $AO = \dfrac{2}{3}AH,\ OH = \dfrac{1}{3}AH,\ AH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2}$.

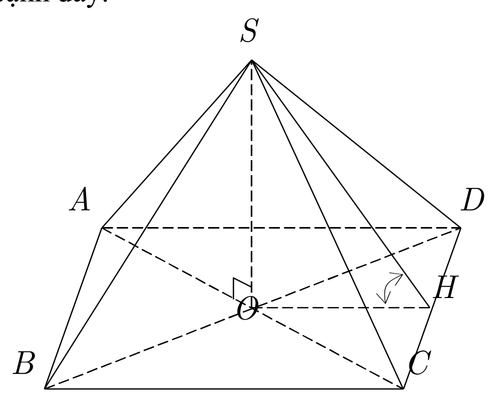


Lưu ý: Hình chóp tam giác đều khác với tứ diện đều:
+ Tứ diện đêu có các mặt là các tam giác đều.
+ Tứ diện đều là hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy.

b/ Hình chóp tứ giác đều:

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABCD$.
+ Đáy $ABCD$ là hình vuông.
+ Các mặt bên là các tam giác cân tại S .

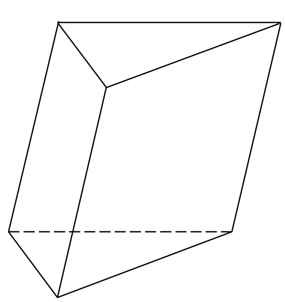
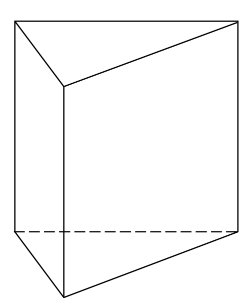
+ Chiều cao: SO .
+ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:
$\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO}$.
+ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\widehat{SHO}$.



II. TỨ DIỆN ĐỀU:

+ Tứ diện đêu có 4 mặt là các tam giác đều
+ Khi hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy thì đó là tứ diện đều. Do đó tứ diện đều có tính chất như hình chóp tam giác.

III. HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

HÌNH LĂNG TRỤ	HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG
 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình hành + Chiều cao là khoảng cách của 2 mặt đáy **Hình hộp:** *là hình lăng trụ có 2 đáy là hình bình hành*	 + 2 mặt đáy là đa giác song song và bằng nhau. + các cạnh bên song song và bằng nhau + các mặt bên là hình bình chữ nhật và vuông góc với 2 mặt đáy + Chiều cao là cạnh bên **Hình hộp chữ nhật :** *là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là*

	hình chữ nhật **Hình lập phương:** *là hình lăng trụ đứng có 6 mặt là hình vuông.*

IV. CHIỀU CAO CỦA MỘT SỐ HÌNH CHÓP CÓ TÍNH CHẤT ĐẶC BIỆT

1/ Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: *Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy*

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ thì chiều cao là SA.

2/ Hình chóp có một mặt bên vuông góc với mặt đáy: *Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.*

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy (ABC) thì chiêu cao của hình chóp là chiều cao của ΔSAB.

3/ Hình chóp có hai mặt bên vuông góc với đáy: *Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với đáy.*

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao là SA.

4/ Hình chóp đều và tứ diện đều: *Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy.*

Ví dụ: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tâm mặt phẳng đáy là giao điểm O của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO.

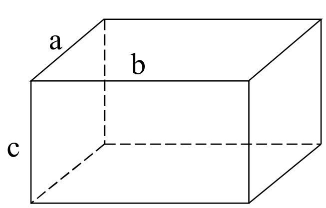
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

LÝ THUYẾT: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN, DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

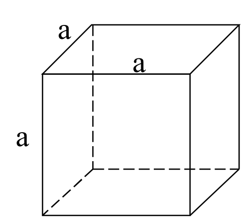
	Thể tích	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần
KHỐI CHÓP	$V=\frac{1}{3}B.h$ *+ B là diện tích đáy* *+ h đường cao hình chóp*	S_{xq} = *Tổng diện tích các mặt bên*	$S_{tp} = S_{xq}$ + *Diện tích mặt đáy*
KHỐI LĂNG TRỤ	$V=B.h$ *+ B là diện tích đáy* *+ h là đường cao lăng trụ*	S_{xq} = *Tổng diện tích các mặt bên*	$S_{tp} = S_{xq}$ + *Diện tích 2 mặt đáy*
KHỐI CHÓP CỤT	$V=\frac{h}{3}\left(B+B'+\sqrt{BB'}\right)$ *+Với* B, B' *là diện tích hai đáy* *+ h đường cao hình chóp*	S_{xq} = *Tổng diện tích các mặt bên*	$S_{tp} = S_{xq}$ + *Diện tích mặt đáy*

Chú ý:

I. Thể tích hình hộp chữ nhật: $\boxed{V=a.b.c}$ $\Rightarrow$ **Thể tích khối lập phương**: $\boxed{V=a^3}$



Hình hộp chữ nhật



Hình lập phương

II. 4 phương pháp thường dùng tính thể tích

1.Tính thể tích bằng công thức.

+ Tính các yếu tố cần thiết: độ dài cạnh, diện tích đáy, chiều cao,….

+ Sử dụng công thức tính thể tích.

+ Cần nắm vững các công thức tính diện tích tam giác, tứ giác, ...

2. Tính thể tích bằng cách chia nhỏ: Ta chia khối đa diện thành nhiều khối đa diện nhỏ mà có thể dễ dàng tính thể tích của chúng. Sau đó, ta cộng kết quả lại, ta sẽ có kết quả cần tìm.

3. Tính thể tích bằng cách bổ sung: Ta có thể ghép thêm vào khối đa diện một khối đa diện khác, sao cho khối đa diện thêm vào và khối đa diện mới có thể dễ dàng tính được thể tích.

4. Tính thể tích bằng tỉ số thể tích.

** Trong nhiều bài toán, việc tính trực tiếp thể tích khối đa diện có thể gặp khó khăn vì hai lí do:*

+ Hoặc là khó xác định và tính được chiều cao.

+ Hoặc tính được diện tích đáy nhưng cũng không dễ dàng.

** Khi đó, ta có thể làm theo các phương pháp sau:*

+ Phân chia khối cần tính thể tích thành tổng hoặc hiệu các khối cơ bản (hình chóp hoặc hình lăng trụ) mà các khối này dễ tính hơn.

+ Hoặc là so sánh thể tích khối cần tính với một đa diện khác đã biết trước hoặc dễ dàng tính thể tích.

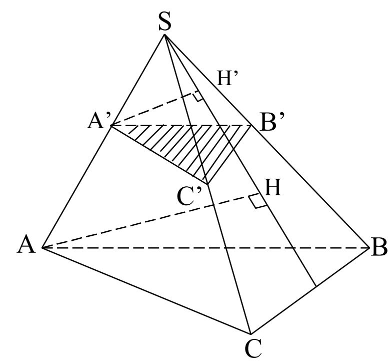
**** Trong dạng này, ta thường hay sử dụng phương pháp tỉ số, lấy kết quả của bài toán sau:***

Cho hình chóp S.ABC. Lấy A', B', C' tương ứng trên cạnh SA, SB, SC. Khi đó: $\boxed{\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}}$.

Chứng minh:

Kẻ A'H' và AH cùng vuông góc với mặt phẳng (SBC).

Khi đó: A'H // AH và S, H', H thẳng hàng.



Ta có: $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{V_{A'SB'C'}}{V_{A.SBC}} = \dfrac{\frac{1}{3}S_{\Delta SB'C'}.A'H'}{\frac{1}{3}S_{\Delta SBC}.AH}$

$= \dfrac{\frac{1}{2}SB'.SC'.\sin\alpha.A'H'}{\frac{1}{2}SB.SC.\sin\alpha.AH} = \dfrac{SB'.SC'.SA'}{SB.SC.SA} \Rightarrow (Đpcm)$.

Trong đó: $\alpha = \widehat{B'SC'} = \widehat{BSC}$.

***Lưu ý**: Kết quả trên vẫn đúng nếu như trong các điểm A', B', C' có thể có điểm $A \equiv A', B \equiv B', C \equiv C'$.*

Thông thường, đối với loại này, đề thường cho điểm chia đoạn theo tỉ lệ, song song, hình chiếu,...

III. Sử dụng phương pháp thể tích khối đa diện để tính khoảng cách

**** Các bài toán tìm khoảng cách:*** Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng, trong nhiều trường hợp có thể qui về bài toán thể tích khối đa diện. Việc tính khoảng cách này dựa vào công thức hiển nhiên: $h = \dfrac{3V}{B}$, ở đây V, B, h lần lượt là thể tích, diện tích đáy và chiều cao của một hình chóp nào đó (hoặc $h = \dfrac{V}{S}$ đối với hình lăng trụ).

**** Phương pháp này áp dụng được trong trường hợp sau:*** Giả sử có thể qui bài toán tìm khoảng cách về bài toán tìm chiều cao của một hình chóp (hoặc một lăng trụ) nào đó. Dĩ nhiên, các chiều cao này thường là không tính được trực tiếp bằng cách sử dụng các phương pháp thông thường như định lí Pitago, công thức lượng giác,… Tuy nhiên, các khối đa diện này lại dễ dàng tính được thể tích và diện tích đáy. Như vậy, chiều cao của nó sẽ được xác định bởi công thức đơn giản trên.

**** Phương pháp:*** Sử dụng các định lí của hình học trong không gian sau đây:

+ Nếu $AB \,//\, mp(P)$ trong đó $mp(P)$ chứa CD thì $d(AB,CD) = d[AB,(P)]$.

+ Nếu $mp(P) \,//\, mp(Q)$ trong đó $mp(P), mp(Q)$ lần lượt chứa AB và CD thì: $d(AB,CD) = d[mp(P), mp(Q)]$.

+ Từ đó, qui bài toán tìm khoảng cách theo yêu cầu bài toán về việc tìm chiều cao của khối chóp (hoặc một khối lăng trụ) nào đó.

+ Giả sử bài toán đã được qui về tìm chiều cao kẻ từ đỉnh S của một hình chóp (hoặc một lăng trụ). Ta tìm thể tích của hình chóp (lăng trụ) này theo một con đường khác mà không dựa vào đỉnh S này, chẳng hạn như quan niệm hình chóp ấy có đỉnh $S' \neq S$. Sau đó, tính diện tích đáy đối diện với đỉnh S. Như thế, ta suy ra được chiều cao kẻ từ S cần tìm.