

Chủ đề: CÁC PHÉP TÍNH PHÂN THỨC

1. Thực hiện các phép tính :

$$a) \frac{x^2}{(x-y)^2(x+y)} - \frac{2xy^2}{x^4 - 2x^2y^2 + y^4} + \frac{y^2}{(x^2 - y^2)(x+y)} ;$$

$$b) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} - \frac{8}{x^8+1} - \frac{16}{x^{16}+1} .$$

2. Thực hiện các phép tính :

$$a) \frac{1}{x(x-y)(x-z)} + \frac{1}{y(y-x)(y-z)} + \frac{1}{z(z-x)(z-y)} ;$$

$$b) \frac{1}{(y-z)(x^2+xz-y^2-yz)} + \frac{1}{(z-x)(y^2+xy-z^2-zx)} + \frac{1}{(x-y)(z^2+yz-x^2-xy)} .$$

3. Thực hiện các phép tính :

$$a) M = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x} + \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} ;$$

$$b) N = \frac{yz}{(x+y)(x+z)} + \frac{zx}{(y+z)(y+x)} + \frac{xy}{(z+x)(z+y)} + \frac{2xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)} .$$

4. Tính tổng bằng cách hợp lý nhất :

$$a) A = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+99)(x+100)} ;$$

$$b) B = \frac{a}{x^2 + ax} + \frac{a}{x^2 + 3ax + 2a^2} + \frac{a}{x^2 + 5ax + 6a^2} + \dots + \frac{a}{x^2 + 19ax + 90a^2} + \frac{1}{x + 10a} .$$

5. Cho $P = 1 + \frac{1}{x} + \frac{x+1}{xy} + \frac{(x+1)(y+1)}{xyz} + \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{xyzt}$.

Chứng minh rằng có thể viết P dưới dạng một phân thức có tử và mẫu đều là tích của 4 nhân tử.

6. Cho $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = 1$, tính $S = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$.

7. Cho $xy = a$; $yz = b$; $zx = c$ ($a, b, c \neq 0$).

Tính $x^2 + y^2 + z^2$.

8. Cho $x + y + z = 0$ và x, y, z khác 0, tính :

$$a) M = \frac{x^2}{x^2 - y^2 - z^2} + \frac{y^2}{y^2 - z^2 - x^2} + \frac{z^2}{z^2 - x^2 - y^2} ;$$

$$b) N = \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2 - x^2} + \frac{1}{z^2 + x^2 - y^2} .$$

9. Cho $\frac{x}{y} - \frac{y}{z} - \frac{z}{x} = \frac{y}{x} - \frac{z}{y} - \frac{x}{z}$.

Chứng minh rằng trong ba số x, y, z tồn tại hai số bằng nhau hoặc đối nhau.

10. Cho $\frac{M}{x+1} + \frac{N}{x-2} = \frac{32x-19}{x^2-x-2}$. Tính $M \cdot N$.

11. Thực hiện các phép tính :

$$a) \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 4x + 3} \cdot \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 10x + 25} ;$$

$$b) \frac{x(y^2 - z) + y(x - xy)}{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2} : \frac{xy^2 - xz(2y - z)}{2(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)}.$$

12. Tìm tích :

$$a) A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \text{ với } n \in \mathbb{N}; n \geq 2 ;$$

$$b) B = \frac{1^4 + 4}{3^4 + 4} \cdot \frac{5^4 + 4}{7^4 + 4} \cdot \frac{9^4 + 4}{11^4 + 4} \dots \frac{17^4 + 4}{19^4 + 4}.$$

13. Chứng minh rằng :

$$C = \left(1 + \frac{4}{5}\right) \left(1 + \frac{4}{12}\right) \left(1 + \frac{4}{21}\right) \dots \left(1 + \frac{4}{n(n+4)}\right) < 6 \quad \text{với } n \in \mathbb{N}^*.$$

14. Cho $A = \frac{x-y}{1+xy}$; $B = \frac{y-z}{1+yz}$; $C = \frac{z-x}{1+zx}$.

Chứng minh rằng $A + B + C = A \cdot B \cdot C$.

15. Cho $A = \frac{4yz - x^2}{yz + 2x^2}$; $B = \frac{4zx - y^2}{zx + 2y^2}$; $C = \frac{4xy - z^2}{xy + 2z^2}$.

Chứng minh rằng nếu $x + y + z = 0$ và x, y, z đôi một khác nhau thì tích $A \cdot B \cdot C$ là một hằng số.

Chúc các em thành công !