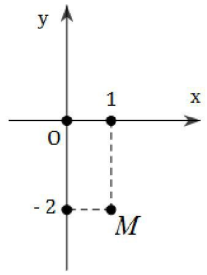
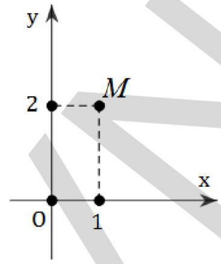
DẠNG HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

Giáo viên: Lê Bá Trần Phương

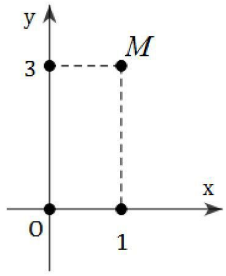
Câu 1. Cho số phức $z=\dfrac{3-i}{1+i}$. Gọi M là điểm biểu diễn của z, M được biểu diễn trong hình nào dưới đây :
#106624



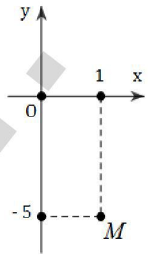
A.



B.



C.



D.

GIẢI ĐÁP

Ta có $z=\dfrac{3-i}{1+i}=1-2i$ suy ra điểm biểu diễn là $M\left(1,-2\right)$

Câu 2. Sáu điểm biểu diễn sáu số phức $-2+2i; 2+2i; 3+2i; 3-2i; -2i; -2-2i$ tạo thành:
#106737

A. Một hình chữ nhật
B. Một hình vuông
C. Một hình ngũ giác
D. Một hình lục giác

GIẢI ĐÁP

Ta có tọa độ các điểm biểu diễn tương ứng là $\left(-2;2\right),\left(2;2\right),\left(3;2\right),\left(3;-2\right),\left(0;-2\right),\left(-2;-2\right)$
Do tọa độ các điểm nhỏ nên ta có thể biểu diễn trực tiếp trên mặt phẳng tọa Oxy trên nháp được đó là 1 hình chữ nhật.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $z=\left(2+i\right)\overline{z}-1$. Điểm M biểu diễn số phức z có tọa độ
#106863

A. $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$
B. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$
C. $\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{-1}{4}\right)$
D. $\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{4}\right)$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=a+bi\left(a,b\in R\right)$. Khi đó,

$$z=\left(2+i\right)\overline{z}-1\Leftrightarrow a+bi=\left(2+i\right)\left(a-bi\right)-1$$
$$\Leftrightarrow a+bi=\left(2\text{a}+b-1\right)+\left(a-2b\right)i$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\text{a}+b-1\\ b=a-2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{4}\\ b=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

Câu 4. #106965

Cho số phức z thỏa mãn $(2-3i)z=(1+2i)\overline{z}-3+15i$. Tọa độ biểu diễn số phức z là

A. $(-3;0)$

B. $(-1;-3)$

C. $(-2;-1)$

D. $(3;2)$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=a+bi;(a,b\in\mathbb{R})$

$(2-3i)(a+bi)=(1+2i)(a-bi)-3+15i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=-3\\-5a+3b=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=0\end{cases}$

Câu 5. #107622

Cho số phức $z=\dfrac{i(2-4i)}{1-i}$. Điểm biểu diễn số phức w $=iz-\overline{z}$ có tọa độ

A. $(2;4)$

B. $(-4;4)$

C. $(-4;-2)$

D. $(4;-4)$

GIẢI ĐÁP

Sử dụng casio ta có $z=1+3i\Rightarrow w=-4+4i$

Vậy điểm biểu diễn số phức w có tọa độ $(-4;4)$

Câu 6. #108073

Tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $z-2i$ là số thuần ảo là

A. Đường thẳng $x=2$

B. Trục Oy

C. Trục Ox

D. Đường thẳng $y=2$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\,(x;y\in\mathbb{R})\Rightarrow z-2i=x+(y-2)i$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x=0$

Câu 7. #107171

Cho 4 số phức $z_1=2+2i, z_2=-1+2i, z_3=-1-i, z_4=a+bi$ lần lượt có điểm biểu diễn là A, B, C, D. Để ABCD là hình vuông thì z_4 là

A. $z=2-i$

B. $z=1-2i$

C. $z=2+i$

D. $z=-4-i$

GIẢI ĐÁP

Ta có tọa độ các điểm $A(2;2), B(-1;2), C(-1;-1)$

Dựa vào hệ trục Oxy biểu diễn các điểm A, B, C khi đó dễ thấy để ABCD là hình vuông thì $D(2;-1)\Rightarrow z_4=2-i$

Câu 8. #107971

Cho M là điểm biểu diễn số phức $z=-2+i,$ N là điểm biểu diễn số phức w sao cho ΔOMN vuông cân tại O . Khi đó, w có thể bằng

A. $z=1+2i$

B. $z=-2-i$

C. $z=2+i$

D. $z=-1+2i$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $N(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức w

Ta có ΔOMN vuông cân tại

$O\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0\\OM=ON\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$

Câu 9. #107523

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn phần thực luôn bằng 2 là:

A. Điểm $(2;0)$

B. Đường thẳng $y=2$

C. Đường thẳng $x=2$

D. Điểm $(0;2)$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Vì phần thực luôn bằng 2 nên $x=2$

Câu 10. #107372

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|=2$ là

A. Đường thẳng $x+y-2=0$

B. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2$

C. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=4$

D. Đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Ta có $|z|=2\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}=2\Leftrightarrow x^2+y^2=4$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2$

Câu 11. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2+2z.\overline{z}+|\overline{z}|^2=8$ là

#107421

A. Trục tung

B. Trục hoành

C. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2$

D. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Ta có $|z|^2+2z.\overline{z}+|\overline{z}|^2=8\Leftrightarrow 4|z|^2=8\Leftrightarrow|z|^2=2\Leftrightarrow x^2+y^2=2$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$

Câu 12. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|=|z-i|$ là

#107472

A. Đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$

B. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=1$

C. Đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$

D. Đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Ta có $|z|=|z-i|\Leftrightarrow|x+yi|=|x+(y-1)i|\Leftrightarrow x^2+y^2=x^2+(y-1)^2\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}$

Câu 13. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|(2-3i)z|=|2\sqrt{2}+i\sqrt{5}|$ là

#106864

A. Đường tròn tâm $I(0;0)$ bán kính $R=\sqrt{13}$.

B. Đường tròn tâm $I(1;1)$ bán kính $R=\sqrt{13}$.

C. Đường tròn tâm $I(1;1)$ bán kính $R=1$.

D. Đường tròn tâm $I(0;0)$ bán kính $R=1$.

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z=x+yi\,(x,y\in R)$. Khi đó,

$(2-3i)z=(2-3i)(x+yi)=\left(2\mathrm{x}+3\mathrm{y}\right)-\left(3\mathrm{x}-2y\right)i$

$\Rightarrow|(2-3i)z|=\sqrt{\left(2\mathrm{x}+3\mathrm{y}\right)^2+\left(3\mathrm{x}-2y\right)^2}$

$|(2-3i)z|=|2\sqrt{2}+i\sqrt{5}|\Leftrightarrow\left(2\mathrm{x}+3\mathrm{y}\right)^2+\left(3\mathrm{x}-2y\right)^2=13$

$\Leftrightarrow 13\mathrm{x}^2+13y^2=13\Leftrightarrow\mathrm{x}^2+y^2=1$

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z+1-3i}{\overline{z}-3+2i}\right|=1$. Tập hợp số phức z là

#106915

A. Đường thẳng có dạng $8\mathrm{x}-10y-3=0$

B. Đường thẳng có dạng $8\mathrm{x}-2y-3=0$

C. Đường tròn có dạng $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

D. Đường tròn có dạng $(x-2)^2+(y-1)^2=4$

GIẢI ĐÁP

Dùng máy tính Casio nhập biểu thức $\left|\dfrac{x+yi+1-3i}{x-yi-3+2i}\right|-1$ (*)

Chọn một điểm thuộc 1 đường trong đáp án trên. Dùng phím CALC thay vào ta được

Với $\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)\in 8\text{x}-2y-3=0$ thay vào (*) được kết quả = 0. Vậy thỏa mãn.

Với $\left(\dfrac{13}{8};1\right)\in 8\text{x}-10y-3=0$ thay vào (*) được kết quả khác 0. Vậy không thỏa mãn.

Với $(2;0)\in(x-2)^2+(y-1)^2=1$ thay vào (*) được kết quả khác 0. Vậy không thỏa mãn.

Với $(2;3)\in(x-2)^2+(y-1)^2=4$ thay vào (*) được kết quả khác 0. Vậy không thỏa mãn.

Vậy chọn đường thẳng $8\text{x}-2y-3=0$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn: $2\left|z+1-2i\right|=\left|3i-1+2\overline{z}\right|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là:

#107074

A. $6a-2b+5=0$

B. $2a+2b+5=0$

C. $6a-14b+5=0$

D. $2a-2b+5=0$

GIẢI ĐÁP

$2\left|a+bi+1-2i\right|=\left|3i-1+2(a-bi)\right|$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(a+1)^2+(b-2)^2}=\sqrt{(2a-1)^2+(3-2b)^2}\Leftrightarrow 6a-2b+5=0$

Câu 16. Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thoả điều kiện: $\left|z-1+2i\right|=\left|\overline{z}+2-3i\right|$ là:

#107124

A. Đường thẳng

B. Elip

C. Đường tròn

D. Parabol

GIẢI ĐÁP

Gọi $z=a+bi$, ta có

$\left|z-1+2i\right|=\left|\overline{z}+2-3i\right|\Leftrightarrow\left|\left|a-1+(b+2)i\right|=\left|a+2+(-b-3)i\right|\right.$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b+2)^2=(a+2)^2+(-b-3)^2$

$\Leftrightarrow 3a+b+4=0$

Suy ra, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-3-2i\right|=2$ và $w=2z-1+2i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là

#107174

A. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$

B. $(x+3)^2+(y+2)^2=2$

C. $(x-5)^2+(y-6)^2=16$

D. $(x+5)^2+(y+6)^2=4$

GIẢI ĐÁP

Gọi $z=a+bi$, ta có $\left|z-3-2i\right|=2$

$\Leftrightarrow\left|a+bi-3-2i\right|=2\Leftrightarrow(a-3)^2+(b-2)^2=4$

Gọi $w=x+yi$, ta có

$w=2z-1+2i\Leftrightarrow x+yi=2a-1+(2b+2)i$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2a-1\\y=2b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{x+1}{2}\\b=\dfrac{y-2}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow(a-3)^2+(b-2)^2=4\Leftrightarrow\left(\frac{x+1}{2}-3\right)^2+\left(\frac{y-2}{2}-2\right)^2=4$$

$\Leftrightarrow(x-5)^2+(y-6)^2=16$

Câu 18. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}^2\right|=\left|z\right|$ là

#107424

A. Gốc tọa độ và đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=1$

B. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=1$

C. Tất cả các điểm thuộc hình tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=1$ trừ gốc tọa độ.

D. Gốc tọa độ

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$

Ta có

$\left|\overline{z}^2\right| = |z| \Leftrightarrow \left|(x-yi)^2\right| = |x+yi| \Leftrightarrow \left|x^2-y^2-2xyi\right| = |x+yi| \Leftrightarrow \left(x^2-y^2\right)^2 + 4x^2y^2 = x^2+$

$\Leftrightarrow x^4+y^4+2x^2y^2 = x^2+y^2 \Leftrightarrow \left(x^2+y^2\right)^2 = x^2+y^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=0 \\ x^2+y^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y=0 \\ x^2+y^2=1 \end{array}\right.$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là gốc tọa độ và đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 1$.

Câu 19. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\frac{1}{2}|z-\overline{z}+1| = |z+i|\ (*)$ là:

#107624

A. Đường tròn có tâm $(0;1)$, bán kính bằng 4

B. Đường tròn có tâm $(0;-1)$, bán kính bằng 2

C. Parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{8}$

D. Parabol có phương trình $y = -x^2 - 3$

GIẢI ĐÁP

Giả sử $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$

Ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{1}{2}|x+yi-(x-yi)+1| = |x+yi+i|$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}|1+2yi| = |x+(1+y)\,i|$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\left(1+4y^2\right) = x^2+(1+y)^2 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{8}$

Câu 20. Trên mặt phẳng Oxy, tọa độ các điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $\frac{2i-1}{i}; 2+3i; 4+4i$. Khi đó diện tích tam giác ABC là:

#107873

A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

GIẢI ĐÁP

Ta có $\frac{2i-1}{i} = 2+i \Rightarrow A(2,1)$ và $2+3i \Rightarrow B(2,3); 4+4i \Rightarrow C(4;4)$

Khi đó $S_{\Delta ABC} = \frac{AB.\,d(C;AB)}{2} = \frac{2.2}{2} = 2$

Câu 21. Trong mặt phẳng phức, cho hình bình hành $ABCD$. A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $x = 2-2i; y = -1+i; z = 5+mi$. Giá trị của m để $ABCD$ là hình chữ nhật là:

#108324

A. $m = 5$ B. $m = 4$ C. $m = 7$ D. $m = 6$

GIẢI ĐÁP

Gọi $D(a;b), a, b \in R$.$ABCD$ là hình bình hành khi

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (3;-3) = (a-5; b-m)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = m-3 \end{cases}$

Để $ABCD$ là hình chữ nhật thì $AC = BD \Leftrightarrow 3^2 + (m+2)^2 = 9^2 + (m-4)^2 \Leftrightarrow m = 7$

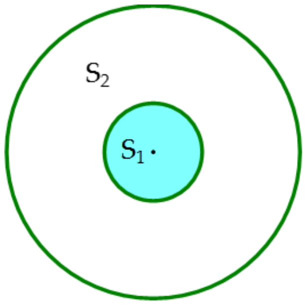
Câu 22. Trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng, gọi S_1 là diện tích hình phẳng biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| \le 1$ và S_2 là diện tích hình phẳng biểu diễn số phức v thỏa mãn $1 \le |v| \le 3$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là

#169959

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{9}$

GIẢI ĐÁP



Giả sử $z = x + yi$, ta có $|z| \le 1 \Leftrightarrow |x + yi| \le 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \le 1$

Tương tự với $v = a + bi$ ta được $1 \le a^2 + b^2 \le 9$.

Nhận thấy S_1 là diện tích phần hình tròn được tô màu xanh (như hình minh họa), tức là diện tích hình tròn tâm O, bán kính 1 và S_2là diện tích phần hình vành khăn không màu (như hình minh họa), tức là diện tích phần còn lại sau khi lấy hình tròn tâm O, bán kính 3 loại đi hình tròn tâm O, bán kính 1.

$S_1 = \pi$

$S_2 = 9\pi - \pi = 8\pi$

$\Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{8}$

Câu 23. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = 1 - 3i + (2 + i)z$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

#181175

- A. $2\sqrt{5}$
- B. 6
- C. $3\sqrt{5}$
- D. 4

GIẢI ĐÁP

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$w = 1 - 3i + (2 + i)z$

$\Rightarrow x + yi = 1 - 3i + (2 + i)z$

$\Rightarrow z = \dfrac{x - 1 + (y + 3)i}{2 + i} = \dfrac{2x + y + 1}{5} + \dfrac{-x + 2y + 7}{5}i$

$\Rightarrow \sqrt{\left(\dfrac{2x + y + 1}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{-x + 2y + 7}{5}\right)^2} = 3$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 45$

$\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 45$

Bán kính của đường tròn là $r = 3\sqrt{5}$

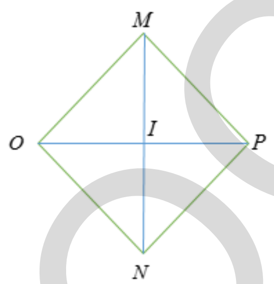
Câu 24. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$. Khi đó $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ bằng

#190456

- A. 2
- B. 1
- C. 4
- D. 5

GIẢI ĐÁP

Gọi M, N là hai điểm lần lượt biểu diễn số phức z_1, z_2. Khi đó



$|z_1| = \left|\overrightarrow{OM}\right| = 1, |z_2| = \left|\overrightarrow{ON}\right| = 1, |z_1 + z_2| = \left|\overrightarrow{OP}\right|,$

$|z_1 - z_2| = \left|\overrightarrow{NM}\right|$ với $OMPN$ là hình bình hành.

Tam giác OMN có:

$$OI^2 = \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{OI^2}{4} \Rightarrow \frac{OP^2}{4} = 1 - \frac{MN^2}{4} \Rightarrow OP^2 + MN^2 = 4$$

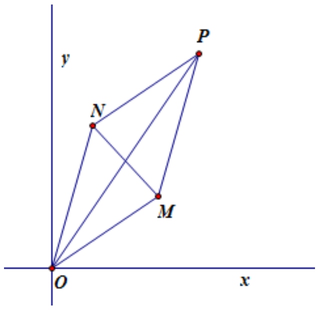
Câu 25. Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{3}$, $|z_2| = 2$ được biểu diễn trong mặt phẳng phức lần lượt là các điểm M, N . Biết $\angle\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}\right) = \dfrac{\pi}{6}$, tính giá trị của biểu thức $\left|\dfrac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}\right|$.

#193073

- A. $\dfrac{1}{\sqrt{13}}$
- B. $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$
- C. 1
- D. $\sqrt{13}$

GIẢI ĐÁP

Dựng hình bình hành $OMPN$ trong mặt phẳng phức, khi đó biểu diễn của :



$$\begin{cases} |z_1+z_2| = OP \\ |z_1-z_2| = MN \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} |z_1+z_2| = \sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2-2|z_1||z_2|\cos\left(150^0\right)} = \sqrt{13} \\ |z_1-z_2| = \sqrt{|z_1|^2+|z_2|^2-2|z_1||z_2|\cos\left(30^0\right)} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right| = \frac{|z_1+z_2|}{|z_1-z_2|} = \sqrt{13} \text{ .}$$

Câu 26. #230554

Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1;1)$.
- B. $(-1;1)$.
- C. $(1;-1)$.
- D. $(-1;-1)$.

GIẢI ĐÁP

Gọi số phức $z = a+bi$, $(a,b \in \mathbb{R})$.

Ta có:

$(z+2i)(\overline{z}+2) = [a+(b+2)i][(a+2)-bi] = [a(a+2)+b(b+2)] + [(a+2)(b+2)-ab]i$

$(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a(a+2)+b(b+2)=0 \Leftrightarrow (a+1)^2+(b+1)^2=2$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có phương trình:

$(x+1)^2+(y+1)^2=2$. Tâm của đường tròn là $I(-1;-1)$.